

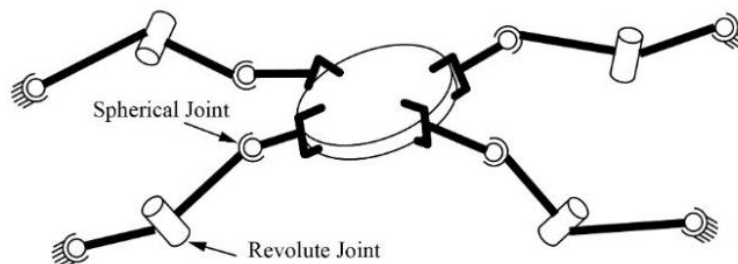
## 智能机器人技术 课后作业答案

一、选择/填空题（10分）。

1. （2分）机器人的自由度是（AE）？
  - A. 位形空间的维度
  - B. 机器人上点的数量
  - C. 机器人关节数量
  - D. 组成机器人的刚体的数量
  - E. 组成机器人的刚体的数量，减去刚体间独立约束的数量
  
2. （2分）二维平面刚体的自由度为（3）？三维空间刚体的自由度为（6）？
  
3. （3分）根据课本上推算三维空间内刚体自由度的方法，推算出四维空间中刚体的自由度（10）、有关角度的自由度（6）、有关平移位置的自由度（4）。（如，三维空间中分别为6,3,3）解：参考第一章课件第4页： $4-0+4-1+4-2+4-3+4-4=10$ ，
  
4. （3分）假设你的手臂（从肩膀到手掌），有7个自由度。你如同一位服务生一样水平端着餐盘，防止洒出酒水。你的手臂此时有几个自由度？这个任务空间的自由度是？解：被限制的自由度为餐盘无法滚转、无法俯仰，即 $7-2=5$ ；3维空间一共6个自由度，减去限制的2个（滚转、俯仰）即 $6-2=4$

二、简答题，请写出解题过程（20分）。

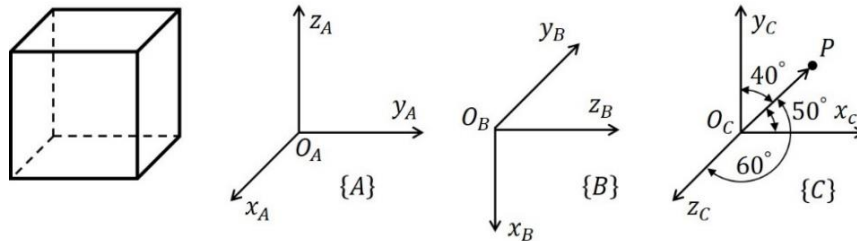
1. （2分）考虑两个刚体之间的一个关节。每个刚体有  $m$  个自由度（二维空间刚体  $m=3$ ，三维空间刚体  $m=6$ ），并且没有任何约束。关节有  $f$  个自由度（旋转关节  $f=1$ ，球形关节  $f=3$  等）。试问，用这个关节关联两个刚体，那么引入了多少个约束（一个刚体相对于另一个）？解：约束数+自由度数=平面/空间自由度数（平面为3，空间为6） $c=-f+m$
  
2. （2分）考虑一个机构包含了3个三维空间刚体（记住，包括地面，所以  $N=4$ ），和4个关节：1个转动，1个平移，一个万向，一个球形。使用 Grubler 公式，计算机构的自由度。解： $N=4, J=4$ ，转动  $f_1=1$ ，平移  $f_2=1$ ，万向  $f_3=2$ ，球形  $f_4=3$ ，即 $6(4-4-1)+1+1+2+3=1$
  
3. （2分）如下图的 SRS（球形-转动-球形）机构，正在抓取一个物体。试问，当机构紧握物体时（物体与机构中的机械臂最后一段没有相对运动时），自由度是多少？解：（末端爪子也是一个关节，但是  $f=0$ ）： $6(14-1-16)+4*1+8*3=10$



4. (2分) 问题3, 如果现在有  $n$  条这样的机械臂 (题3中  $n=4$ ), 机构的自由度是? **解:**  $6(3n+2-1-4n) + n*1+2n*3=n+6$

5. (2分) 问题4, 假设  $n$  条机械臂的转动关节, 被替换成了万向关节, 机构的自由度是? **解:**  $6(3n+2-1-4n) + n*2+2n*3=2n+6$

6. (4分) 坐标系  $\{A\}$ 、 $\{B\}$ 、 $\{C\}$  的指向如下图所示, 各坐标轴所在直线与图中方位示意图相应直线平行, 根据观察, 直接给出坐标系  $\{C\}$  相对于坐标系  $\{A\}$  和  $\{B\}$  的旋转变换矩阵及其方向余弦矩阵。另外, 点  $P$  在坐标系  $\{C\}$  中的方向角为  $\phi_x = 45^\circ, \phi_y = 60^\circ, \phi_z = 60^\circ$ , 线段  $O_C P$  的长度为 2, 计算矢量  $p = O_C P$  分别在坐标系  $\{A\}$ 、 $\{B\}$ 、 $\{C\}$  中的三轴分量。



**解:**

$$R_{AC} = [001; 100; 010], C_{AC} = R_{AC}^T; R_{BC} = [0 - 10; 00 - 1; 100], C_{BC} = R_{BC}^T$$

$$p_c = [\sqrt{2}, 1, 1]^T, p_A = R_{AC} p_c = [1, \sqrt{2}, 1]^T, p_B = R_{BC} p_c = [-1, -1, \sqrt{2}]^T$$

7. (6分) 如下图所示, 一轮式移动机器人上搭载机械手在房间内进行拾取木块的任务, 天花板上安放了以摄像头用作机器人的视觉反馈系统。各坐标系如图所示, 其中  $\{A\}$  为参考系,  $\{B\}$  和  $\{C\}$  分别为附着在轮式移动机器人和机械手末端的坐标系,  $\{D\}$  为摄像头坐标系,  $\{E\}$  为附着在木块上的坐标系。假设  ${}^D T_B$  和

${}^D T_E$  通过视觉传感器测量得到,  ${}^B T_C$  通过机器人关节角度测量得到,  ${}^A T_D$  预先已知:

$${}^D T_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 250 \\ 0 & -1 & 0 & -150 \\ -1 & 0 & 0 & 200 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^D T_E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 300 \\ 0 & -1 & 0 & 100 \\ -1 & 0 & 0 & 120 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^A T_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 400 \\ 0 & -1 & 0 & 50 \\ -1 & 0 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^B T_C = \begin{bmatrix} 0 & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 30 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & -40 \\ 1 & 0 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

求木块相对于机械手的位形  ${}^C T_E$  (推荐使用 Matlab 计算矩阵)。 **解:**

$${}^C T_E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -75 \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 & -130\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 & 80\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$