

智能机器人技术 课后作业

一、计算/解答题，请写出解题过程（30分）。

1. 已知一固定的空间坐标系 $\{s\}$ 及其 \hat{x}_s 、 \hat{y}_s 、 \hat{z}_s 轴坐标，坐标系 $\{a\}$ 的 \hat{x}_a 轴沿 $(0, 0, 1)$ 方向， \hat{y}_a 轴沿 $(-1, 0, 0)$ 方向；坐标系 $\{b\}$ 的 \hat{x}_b 轴沿 $(1, 0, 0)$ 方向， \hat{y}_b 轴沿 $(0, 0, -1)$ 方向，（10分）。

- a) 手绘3个坐标系，注意画在不同位置以便区分。
- b) 计算旋转矩阵 R_{sa} 和 R_{sb} 。
- c) 已知 R_{sb} ，在不使用逆矩阵的情况下计算 R_{sb}^{-1} ，并验证坐标系画的是否正确。
- d) 已知 R_{sa} 和 R_{sb} ，计算 R_{ab} ，并验证坐标系画的是否正确。
- e) 将 $R = R_{sb}$ 作为变换算子，表示绕 \hat{x} 轴转动 -90° 。计算 $R_1 = R_{sa}R$ 与 $R_2 = RR_{sa}$ ，并回答新姿态 R_1 与 R_2 分别对应的是 R_{sa} 绕哪个坐标系的 \hat{x} 轴转动得到的结果？
- f) 利用 R_{sb} 将点 $p_b = (1, 2, 3)$ 从 $\{b\}$ 系变换到 $\{s\}$ 系。
- g) 已知 $\{s\}$ 系中一点 $p_s = (1, 2, 3)$ ，计算 $p' = R_{sb}p_s$ 和 $p'' = R_{sb}^T p_s$ 。每一推导过程均可以解释为坐标变换（无须移动点的位置）或移动点的位置（无须改变坐标系）。
- h) 已知 $\{s\}$ 系中的角速度 $\omega_s = (3, 2, 1)$ ，计算其在 $\{a\}$ 系中的表示。
- i) 计算 R_{sa} 的矩阵对数 $[\hat{\omega}]\theta$ ，并提取其中的元素：单位角速度 $\hat{\omega}$ 和转动量 θ （可以利用编程手段）。
- j) 计算与转动 $\hat{\omega}\theta = (1, 2, 0)$ 的指数坐标对应的矩阵指数。

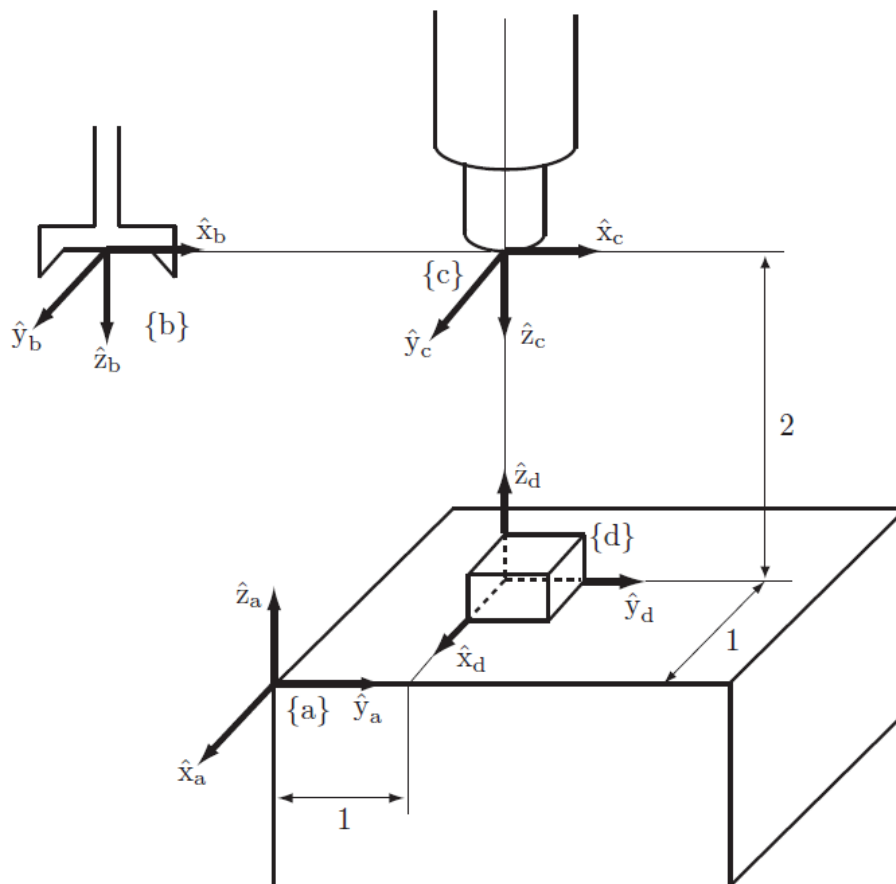
2. 题干如1，并且 $\{a\}$ 系原点相对 $\{s\}$ 系的坐标为 $(3, 0, 0)$ ， $\{a\}$ 系原点相对 $\{s\}$ 系的坐标为 $(0, 2, 0)$ ，（10分）。

- a) 手绘3个坐标系，注意它们之间的相对位置关系。
- b) 计算齐次变换矩阵 T_{sa} 和 T_{sb} 。
- c) 已知 T_{sb} ，在不使用逆矩阵的情况下计算 T_{sb}^{-1} ，并验证坐标系画的是否正确。
- d) 已知 T_{sa} 和 T_{sb} ，计算 T_{ab} ，并验证坐标系画的是否正确。
- e) 将 $T = T_{sb}$ 作为变换算子，表示绕 \hat{x} 轴转动 -90° 与沿 \hat{y} 移动2个单位。计算 $T_1 = T_{sa}T$ 与 $T_2 = TT_{sa}$ ，并回答新姿态 T_1 与 T_2 分别对应的是 T_{sa} 绕哪个坐标系的变换得到的结果？
- f) 利用 T_{sb} 将点 $p_b = (1, 2, 3)$ 从 $\{b\}$ 系变换到 $\{s\}$ 系。
- k) 已知 $\{s\}$ 系中一点 $p_s = (1, 2, 3)$ ，计算 $p' = T_{sb}p_s$ 和 $p'' = T_{sb}^T p_s$ 。每一推导过程均可以解释为坐标变换（无须移动点的位置）或移动点的位置（无须改变坐标系）。
- g) 已知 $\{s\}$ 系中的旋量 $\mathcal{V} = (3, 2, 1, -1, -2, -3)$ ，计算其在 $\{a\}$ 系中的表示。

- h) 计算 T_{sa} 的矩阵对数 $[S]\theta$ ，并提取其中的元素：单位螺旋轴 S 和转动量 θ 。
- i) 计算与转动 $S\theta = (0,1,2,3,0,0)$ 的指数坐标对应的矩阵指数。

3. 目前工业机器人领域经常需要定义4种坐标系：参考坐标系 $\{a\}$ ，末端或工具坐标系 $\{b\}$ 、图像坐标系 $\{c\}$ 、工件坐标系 $\{d\}$ ，如下所示，(10分)。

- a) 基于图中所给尺寸，确定 T_{ad} 和 T_{cd} 。



- b) 若 $T_{bc} = [1\ 0\ 0\ 4; 0\ 1\ 0\ 0; 0\ 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0\ 1]$ ，求 T_{ab} 。