姓名：零疑问　　学号：100

《信号与系统》基础知识小测试（第三次）

(考试时间：60 分钟；总分：100 分)

一、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 两个序列 $x(n)$和$h(n)$，长度分别为 4 和 8。则二者卷积 $x(n)*h(n)$ 的长度为(B)

A.　12　　B. 11　　C. 8　　D. 4

2. 序列 $x(n)=\cos(2\pi n)+\cos(3\pi n)$，则 $x(n)$ 是(A)

A. 周期序列，且周期为 2　　B. 周期序列，且周期为2π

C. 不能确定是否为周期序列　　D. 非周期序列

3. 连续时间周期信号的频谱具有(D)

A、连续性、周期性　　B、连续性、谐波性

C、离散性、周期性　　D、离散性、谐波性

4. 已知 $f(t)=\sin t$，则$\int_{-\infty}^{\infty} f(t-\frac{\pi}{4})\delta(t)dt=$ (B)

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $-\frac{\pi}{4}$

5. 信号 $x(t-t_0)$的频谱与 $x(t)$的频谱相比，二者(B)

A. 相位谱相同；　　B. 幅度谱相同；

C. 幅度谱相位谱均相同；　　D. 幅度谱相位谱均不同

二、填空题（每小题 4 分，共 36 分）

符号 $\mathscr{F}$ 表示求信号的傅里叶变换，请写出计算结果。

1. $\mathscr{F}[u(t)]$ = (　　　) $\frac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)$

$a>0$　2. $\mathscr{F}\left[e^{-at}u(t)\right]$ = (　　　) $\frac{1}{j\omega+a}$

3. $\mathscr{F}\left[G_\tau(t)\right]$ = (　　　) $\tau Sa(\frac{\omega\tau}{2})$

4. $\mathscr{F}[\mathrm{sgn}(t)]$ = (　　　) $\frac{2}{j\omega}$

$a>0$　5. $\mathscr{F}\left[e^{-a|t|}\right]$ = (　　　) $\frac{2a}{\omega^2+a^2}$

6. $\mathscr{F}\left[e^{j\omega_0 t}\right]$ = (　　　) $2\pi\delta(\omega-\omega_0)$

7. $\mathcal{F}[t]$ = (　　　) $2\pi j\delta'(\omega)$

8. $\mathcal{F}[\delta'(t)]$ =(　　　) $j\omega$

9. $\mathcal{F}[Sa(\omega_c t)]$ =(　　　) $\frac{\pi}{\omega_c}G_{2\omega_c}(\omega)$

三、计算题（共 44 分）

第 1 题：（10 分）用 $F(j\omega)=\mathcal{F}[f(t)]$ 表示下列信号的频谱。

（1）$f^2(t)+f(2t)$

（2）$f(3t-6)$

(1) $f^2(t)\longleftrightarrow\frac{1}{2\pi}F(j\omega)*F(j\omega)$，$f(2t)\longleftrightarrow\frac{1}{2}F(\frac{j\omega}{2})$

$\therefore f^2(t)+f(2t)\longleftrightarrow\frac{1}{2\pi}F(j\omega)*F(j\omega)+\frac{1}{2}F(\frac{j\omega}{2})$

(2) $f(3t-6)=f[3(t-2)]$

$f(3t)\longleftrightarrow\frac{1}{3}F(\frac{j\omega}{3})$

$f[3(t-2)]\longleftrightarrow\frac{1}{3}F(\frac{j\omega}{3})e^{-2j\omega}$

第 2 题（10 分）：求 $F(j\omega)=\dfrac{\omega^2-4j\omega-5}{\omega^2-3j\omega-2}$ 的反变换 $f(t)$。　部分分式展开法

$F(j\omega)=\dfrac{-\omega^2+4j\omega+5}{-\omega^2+3j\omega+2}=\dfrac{(j\omega)^2+4j\omega+5}{(j\omega)^2+3j\omega+2}=1+\dfrac{j\omega+3}{(j\omega)^2+3j\omega+2}=1+\dfrac{j\omega+3}{(j\omega+1)(j\omega+2)}=1+\dfrac{2}{j\omega+1}+\dfrac{-1}{j\omega+2}$

$\therefore f(t)=\delta(t)+2e^{-t}u(t)-e^{-2t}u(t)$

第 3 题（12 分）：一个周期信号 $f(t)$有傅里叶级数表示 $f(t)=3\cos t+\sin\left(5t-\frac{\pi}{6}\right)$，写出三角形式和指数形式的傅里叶级数的幅度谱和相位谱。

(此题用欧拉公式展开也可)

周期 $T=2\pi$，基频 $\Omega=1$，

紧凑形式的三角展开式：$f(t)=3\cos t+\cos(5t-\frac{2\pi}{3})$

三角形式的幅度谱：$C_0=0$，$C_1=3$，$C_5=1$，其余 $C_n=0$，$n\in N$；相位谱 $\varphi_0=0$，$\varphi_1=0$，$\varphi_5=-\frac{2}{3}\pi$，其余 $\varphi_n=0$，$n\in N$.

指数形式的幅度谱：$|F_0|=C_0=0$，$|F_1|=\frac{C_1}{2}=\frac{3}{2}$，$|F_5|=\frac{C_5}{2}=\frac{1}{2}$，$|F_{-1}|=\frac{3}{2}$，$|F_{-5}|=\frac{1}{2}$，$\varphi_0=0$，$\varphi_5=-\frac{2}{3}\pi$，$\varphi_{-5}=\frac{2}{3}\pi$，其余 $\varphi_n=0$，$n\in Z$.

第 4 题（12 分）：已知离散系统的差分方程为 $y(n+2)-3y(n+1)+2y(n)=x(n+1)-2x(n)$。输入信号为 $x(n)=2^n u(n)$，初始条件为 $y(0)=0,y(1)=1$ 的，求系统的全响应？

全响应：$y(n)=y_{zi}(n)+y_{zs}(n)$

传输算子：$H(E)=\dfrac{E-2}{E^2-3E+2}$

零状态响应：$y_{zs}(n)=H(E)x(n)=\dfrac{E-2}{E^2-3E+2}\cdot\dfrac{E}{E-2}\delta(n)=\dfrac{E}{E-2}\delta(n)-\dfrac{E}{E-1}\delta(n)=(2)^n u(n)-u(n)$

分别取 $n=0$，$n=1$，则有 $y_{zs}(0)=0$，$y_{zs}(1)=1$，又已知 $y(0)=0$，$y(1)=1$，$\therefore y_{zi}(0)=y_{zi}(1)=0$

即初始条件(零输入)为零，所以零输入响应 $y_{zi}(n)=0$

(注：本题也可递推求零输入初始条件)

令 $n=-1$，$n=-2$ 代入初始条件，输入，和系统方程可推得 $y_{zi}(-2)=0$，$y_{zi}(-1)=0$　$\therefore y_{zi}(n)=0$