中山大学本科生期末考试

考试科目：《线性代数》

学年学期：2019 学年第 1 学期　　学院/系：数学学院
考试方式：闭卷　　考试时长：120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
分数										
签名										

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条："考试作弊者，不授予学士学位。"

------- 以下为试题区域，共九道大题，总分 100 分。学生请在试卷上作答。 ------

得分

一、填空题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1.设A是3阶方阵，$|A|=\frac{1}{2}$，则$\left|(3A)^{-1}-2A^{*}\right|=$ __________。

2.设方阵A满足$A^2+A-6E=0$，则$(A+4E)^{-1}=$ __________。

3.设$a_1=\begin{pmatrix}1\\0\\2\\1\end{pmatrix}$，$a_2=\begin{pmatrix}1\\2\\0\\1\end{pmatrix}$，$a_3=\begin{pmatrix}2\\1\\3\\0\end{pmatrix}$，$a_4=\begin{pmatrix}1\\-1\\7\\-1\end{pmatrix}$，$a_5=\begin{pmatrix}2\\5\\-1\\4\end{pmatrix}$，则$a_1$，$a_2$，$a_3$，$a_4$，$a_5$是 ________（填"线性相关"或"线性无关"）。

4.设3阶矩阵A与B相似，且A的特征值为1,2,3，则行列式$\left|B^2+B-E\right|=$ __________。

5.设A为3阶矩阵，且秩$R(A)=2$，矩阵$B=\begin{pmatrix}1&0&0\\3&2&0\\-7&8&3\end{pmatrix}$，则$R(AB)=$ __________。

得分

二、（共 1 小题，每小题 8 分，共 8 分）

设$A=\begin{pmatrix}2&1&-3\\1&2&-2\\-1&3&2\end{pmatrix}$，求$A^{-1}$。

得分

三、（共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分）

设向量组A：

$a_1=\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\\0\end{pmatrix}$，$a_2=\begin{pmatrix}1\\2\\1\\-1\end{pmatrix}$，$a_3=\begin{pmatrix}0\\1\\1\\-1\end{pmatrix}$，$a_4=\begin{pmatrix}1\\3\\2\\1\end{pmatrix}$，$a_5=\begin{pmatrix}2\\6\\4\\-1\end{pmatrix}$，求向量组$A$的秩和一个最大无关组，并将其余向量用这个最大无关组表示。

得分

四、（共 1 小题，每小题 12 分，共 12 分）

已知线性方程组：

$$\begin{cases} x_1+x_2+2x_3+3x_4=1 \\ x_1+3x_2+6x_3+x_4=3 \\ 3x_1-x_2-sx_3+15x_4=3 \\ x_1-5x_2-10x_3+12x_4=t \end{cases}$$

，问s和t为何值时，方程组无解？有唯一解？有无穷多个解？并在有无穷多解的情况下求解。

得分

五、（共 1 小题，每小题 8 分，共 8 分）

设矩阵$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & x \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，问$x$为何值时，矩阵$A$可对角化。

得分

六、（共 1 小题，每小题 8 分，共 8 分）

设向量组a_1，a_2，a_3线性无关，且$b_1=a_1$，$b_2=a_1+a_2$，$b_3=a_1+a_2+a_3$，证明向量组b_1，b_2，b_3线性无关。

得分

七、（共 1 小题，每小题 8 分，共 8 分）

设a_1，a_2，a_3为4元非齐次线性方程组$Ax=b$的3个解向量，且$R(A)=3$，

$a_1+a_2=\begin{pmatrix}2\\3\\4\\5\end{pmatrix}$，$a_2+a_3=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}$，求该方程组的通解。

得分

八、（共 1 小题，每小题 13 分，共 13 分）

设矩阵$A=\begin{pmatrix}3 & 8\\ 1 & 1\end{pmatrix}$,

(1)求可逆矩阵P，使得$P^{-1}AP$为对角阵；

(2)计算A^n。

得分

九、（共 1 小题，每小题 13 分，共 13 分）

设矩阵$A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 2\\ 2 & 3 & 2\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}$，求正交矩阵$P$和对角阵$\Lambda$，使得$P^{-1}AP=\Lambda$。