中山大学本科生期末考试

考试科目:《概率统计 (理工)》(A 卷)

学年学期:	23–24 学年第 2 学期	姓　　名:	________
学　院/系:	数学学院	学　　号:	________
考试方式:	闭卷	年级专业:	________
考试时长:	120 分钟	班　　别:	________

警示《中山大学授予学士学位工作细则》第八条:“考试作弊者,不授予学士学位.”

以下为试题区域, 共 10 道大题, 总分 100 分, 考生请在答题纸上作答

1. $F_1(x), F_2(x)$ 为分布函数，$f_1(x), f_2(x)$ 为概率密度函数。以下 __ 一定为分布函数，以下 __ 一定为密度函数

   A. $F_1(x)+F_2(x)$

   B. $F_1(x)\times F_2(x)$

   C. $aF_1(x)+bF_2(x), a>0, b>0, a+b=1$

   D. $f_1(x)+f_2(x)$

   E. $f_1(x)\times f_2(x)$

   F. $af_1(x)+bf_2(x), a>0, b>0, a+b=1$

2. $Y(X)=\begin{cases}1, & X\in A\\ 0, & \text{其他}\end{cases}, W(Y)=\begin{cases}1, & Y\in B\\ 0, & \text{其他}\end{cases}, 0<P(A)<1, 0<P(B)<1, P(A|B)=0$，下列说法一定正确的是 __

   A. A, B 相互独立　B. $A\cap B=\varnothing$　C. $E(XY)=0$　D. $P(A)+P(B)=1$

3. 小明经过红绿灯，80% 的时间为红灯，他等红灯的时间满足 $\lambda=10$ 的指数分布 ($x>0$ 时为 $0.1e^{-0.1x}, x<0$ 为 0)，设它的等待时间为 X

   (1) 判断 X 是离散型随机变量还是连续型随机变量，若为前者求分布律，后者求概率密度函数

   (2) 若某次等待时间小于 10s，求他到达红绿灯时为绿灯的概率

本文由pl使用XeLaTeX编辑，更多资料加微信13316682031　04/09/2024

4. X, Y 满足标准正态分布，且相互独立，现定义新随机变量 Z 满足 $Z = \begin{cases} 1, & XY \geq 0 \\ -1, & XY < 0 \end{cases}$，求 Z 的分布函数

5. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{5}(Cx + y) & ,0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & ,其他 \end{cases}$

(1) 求 C

(2) 求 $f_X(x), f_Y(y)$

(3) 求当 $X = 1$ 的条件下 Y 的条件概率密度函数

(4) 求 $X - Y$ 的密度函数

6. 设 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 是取自总体 X 的一个样本,$f(x) = \frac{\beta^\alpha x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-\beta x}$,其中 $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$,求 β 与 α 的矩估计量

7. 设 $3, 2, 8, 7, 5$ 为总体 X 的一个样本，X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10 - \alpha} & ,\alpha \leq x \leq 10 \\ 0 & ,其他 \end{cases}$

(1) 求 α 的最大似然估计

(2) 检验 α 的无偏性

8. 设总体 $X \sim N(0, \sigma)$，x_1, x_2, x_3 与 y_1, y_2 分别是总体的数量为 3 与 2 的样本，均值分别为 $\overline{X}, \overline{Y}$，有如下估计量 $T_1 = \frac{1}{2}\overline{X} + \frac{1}{2}\overline{Y}, T_2 = \frac{3}{5}\overline{X} + \frac{2}{5}\overline{Y}, T_3 = \frac{1}{3}(x_1 + x_2) + \frac{2}{3}y_2$

(1) 以上哪个估计是无偏的

(2) 以上的无偏估计哪个是最有效的?

9. 甲地常住 90000 人，某种病的感染率为 20%，试着估计患病人口在 $17820 < x < 18180$ 范围内的概率。(可以使用标准正态分布的分布函数 $\Phi_0(1.5), \Phi_0(1), \Phi_0(2)$ 等表示)

(1) 利用切比雪夫不等式

(2) 利用中心极限定理

10. 设 $(X, Y) \sim N(0, 0, \sigma^2, \sigma^2, -\frac{1}{2})$

(1) 写出 $X + Y, X - Y$ 满足的分布类型以及相关参数

(2) 判断 $X + Y, X - Y$ 是否相互独立

本文由pl使用XeLaTeX编辑，更多资料加微信13316682031　　04/09/2024