2023-2024 学年中山大学生物医学工程学院

概率与统计期末摸底考试

（全卷满分 110 分，超过 100 分按照 100 分计算）

一、 选择题（总共 5 题，每题 3 分，共 15 分）

1，设A,B,C为三个随机事件，且

$$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4},\ P(AB)=0,\ P(AC)=P(BC)=\frac{1}{12},$$

则 A,B,C 恰有一个事件发生的概率是（　　）

（A）3/4.　(B)2/3.　(C)1/2.　(D)5/12.

2，下列函数中能够作为分布函数的是(　　)

(A) $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 1/3, & -1\le x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$　　(B) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{\ln(1+x)}{1+x}, & x\ge 0\end{cases}$

(C) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ (x+2)/5, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$　　(D) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \sin x, & 0\le x<\pi\\ 1, & x\ge\pi\end{cases}$

3，设随机变量X和Y都服从标准正态分布，则(　　)

(A) $X+Y$服从正态分布.

(B) X^2+Y^2服从χ^2分布.

(C) X^2和Y^2都服从χ^2分布.

(D) X^2/Y^2服从F分布.

4，设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P\{X-\mu>2\sigma\}$（ ）

(A)与 μ 无关，与 σ 有关　　(B)与 μ 有关，与 σ 无关

(C) 与 μ 及 σ 均无关　　(D)与 μ 及 σ 均有关

5，设随机变量 X,Y 的方差存在，则随机变量$U=X+Y$ 与 $V=X-Y$ 不相关的充分必要条件是（ ）.

(A) $\mathrm{E}(X)=\mathrm{E}(Y)$　　(B) $\mathrm{D}(X)=\mathrm{D}(Y)$

(C) $\mathrm{E}(X^2)=\mathrm{E}(Y^2)$　　(D) $\mathrm{E}(X^2)+[\mathrm{E}(X)]^2=\mathrm{E}(Y^2)+[\mathrm{E}(Y)]^2$

二、填空题（总共 5 题，每题 3 分，共 15 分）

1 .设 A,B 为两个事件，已知 $P(A)=0.5, P(B)=0.4$，$P(A\cup B)=0.7$，则 $P(A\bar{B})=$______ .

2, 随机变量 X 和 Y 分别为服从参数为 1 的泊松分布和指数分布，则$P\{X=1\}=$ ____，以及 $P\{Y=1\}=$ _____。

3, 设平面区域D由曲线$y=\frac{1}{x}$及直线$y=0$，$x=1$，$x=e^2$所围成，二维随机变量(X,Y)在区域D上服从均匀分布，则(X,Y)关于X的边缘概率密度在$x=2$处的值为_______。

4，设随机变量X服从参数为 1 的泊松分布，则$P\{X=E(X^2)\}=$_____。

5，设$X_1,X_2,\dots,X_n$为来自总体$N(\mu,\sigma^2)(\sigma>0)$的简单随机样本，记统计量$T=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$，则$E(T)=$_______。

二、　解答题（总共 7 题，每题 10 分，共 70 分）

1，某仪器装有三只独立工作的同型号电子元件，其寿命（单位：小时）都服从同一指数分布，概率密度为:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{600}e^{-\frac{x}{600}}, & x>0,\\ 0, & x\leqslant 0.\end{cases}$$

试求：在仪器使用的最初 200 小时内，至少有一只电子元件损坏的概率α。

2, 设随机变量X和Y的联合分布在以点$(0,1),(1,0),(1,1)$为顶点的三角形区域上服从均匀分布，试求随机变量$U=X+Y$的方差.

3，设二维随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}e^{-x}, & 0<y<x,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$

（1）求条件概率密度$f_{Y|X}(y|x)$;

（II）求条件概率$P\{X\leq 1|Y\leq 1\}$.

4，每次试验事件A发生的概率是0.5，现进行 4 次独立重复的试验，如果事件A一次也不发生，则事件B也不发生；如果A发生一次，则事件B发生的概率为0.6，如果A发生两次或两次以上，则事件B一定发生．（1）试求事件B发生的概率；（2）若已知事件B发生了，求事件A发生一次的概率。

5，设连续型随机变量X的概率密度函数为$f(x)=\begin{cases}k(1+x), & -1<x<1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$求：(1) 常数$k$的值; (2) X的分布函数; (3) 概率$P\{-2\leq X<\frac{1}{2}\}$; (4) $Y=2X^2+1$的概率密度函数$f_Y(y)$。

6，设某企业组装一件产品的时间服从指数分布，统计资料表明组装每件产品的平均时间为十分钟，且各件产品的组装时间相互独立．试求组装100件产品需要15小时到20小时的概

率．($\Phi(1)=0.8413$， $\Phi(2)=0.9772$，其中 $\Phi(x)$ 是标准正态分布函数．)

7, 设$(X_1,X_2,\ldots,X_n)$为来自总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$的一个简单随机样本，其中 n>1.

$$S_0^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2, S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$$

求：$E(S_0^2),D(S_0^2),E(S^2),D(S^2)$

四、论述题（总共 1 题，每题 10 分，共 10 分）

1. 试讨论泊松分布和指数分布之间的联系。