

球面的静电能

$$W_{\text{面}} = \int_R^{\infty} \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\text{外}}^2 dV$$

球体的静电能为

$$W_{\text{体}} = \int_0^R \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\text{内}}^2 dV + \int_R^{\infty} \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\text{外}}^2 dV = \int_0^R \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\text{内}}^2 dV + W_{\text{面}}$$

显然球体的静电能大于球面的静电能。

4. (2分) 极板间为真空的平行板电容器, 充电后与电源断开, 将两极板用绝缘工具拉开一些距离, 则下列说法正确的是 D

- A. 电容器极板上电荷面密度增加; B. 电容器极板间的电场强度增加;
C. 电容器的电容不变; D. 电容器极板间的电势差增大。

解析 电容器充电后与电源断开, 极板上所带电荷量不会发生变化, 电容器极板上电荷面密度不变。电容器的电容

$$C = \frac{\epsilon S}{d} = \frac{Q}{U}$$

当极板间距离 d 增大, 电容器的电容 C 减小, Q 不变, 所以极板间的电势差 U 增大。而由高斯定理, 极板上电荷量不变, 板间电场强度不变, 距离拉大, 板间电势差也必然增大。

5. (2分) 若空间存在两根无限长直载流导线, 空间的磁场分布就不具有简单的对称性, 则该磁场分布 D

- A. 不能用环路定理来计算;
B. 可以直接用安培环路定理求出;
C. 只能用毕奥-萨伐尔定律求出;
D. 可以用安培环路定理和磁感应强度的叠加原理求出。

解析 略

6. (2分) 在感生电场中电磁感应定律可写成 $\oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$, 式中 \vec{E}_k 为感生电场的电场强度。此式表明: D

- A. 闭合曲线 L 上 \vec{E}_k 处处相等;
B. 感生电场是保守场;
C. 感生电场的电场线不是闭合曲线;
D. 在感生电场中不能引入电势的概念

解析 感生电动势

$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

感生电场 \vec{E}_k 沿任意一个闭合曲线的环流等于通过该闭合曲线所围面积的磁通量随时间的变化率的负数, 等于沿该闭合曲线的感生电动势。这里并没有要求闭合曲线上各点的感生电场相等。而从上式也可以看出一般情况下感生电场沿任意闭合曲线的积分并不等于零, 因此感生电场不是保守场, 不能定义势能。从这里, 看不出感生电场的电场线是不是闭合曲线。

7. (2分) 长为 l 的单层密绕螺线管，共绕有 N 匝导线，螺线管的自感为 L ，下列说法错误的是 B

- A. 将螺线管的半径增大一倍，自感为原来的四倍；
- B. 换用直径比原来导线直径大一倍的导线密绕，自感为原来的四分之一；
- C. 用同样直径的导线再顺序密绕一层，自感为原来的二倍；
- D. 用同样直径的导线再反方向密绕一层，自感为零。

解析 A选项，螺线管半径增大一倍，则截面积变为原来4倍，自感系数变为原来4倍，说法正确。

B选项，导线直径大一倍，单位长度上匝数变为原来的 $\frac{1}{2}$ ，自感系数变为原来的 $\frac{1}{2}$ ，说法错误。

C选项，再顺序密绕一层，长度变为原来2倍，自感为原来2倍，说法正确。

D选项，反绕一层，通电后，合磁场为0，不产生自感，说法正确。

综上所述，本题答案为B。

8. (2分) 在下列公式中，属于正确的麦克斯韦方程组公式之一的是 C

- A. $\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \Phi$;
- B. $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$;
- C. $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$;
- D. $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$

9. (2分) 关于光波以下说法不正确的是 C

- A. 光在真空中的传播速度在任何参考系中测量都是一样的；
- B. 光波是一种电磁波；
- C. 光波既可以是横波，也可以是纵波；
- D. 光自它的诞生开始，就要一直向前运动，光的停止就意味着它的消失。

解析 光是横波

10. (2分) 在双缝干涉实验中，为使屏上的干涉条纹间距变大，可以采取的办法是 B

- A. 使屏靠近双缝；
- B. 使两缝的间距变小；
- C. 把两个缝的宽度稍微调窄；
- D. 改用波长较小的单色光源。

解析 如图1所示，光源 S_1 、 S_2 到屏上某点的光程差为

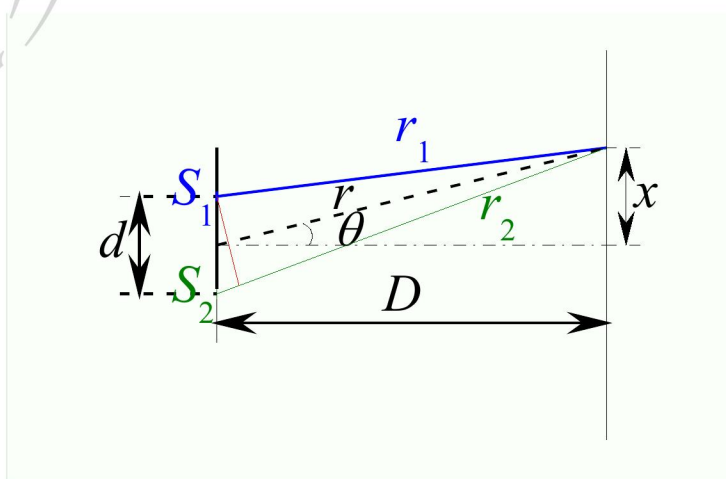


图1 选择十

$$\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta$$

上式近似成立的要求是 $d \ll D$ 【这是能够观察到明显双缝干涉条纹的条件】，而不管 θ 的取值。而显然有

$$x = D \tan \theta \approx D\theta \approx D \sin \theta$$

上式近似成立的要求是 θ 为小角度。而屏上暗纹的位置是干涉相消的位置，所以光程差为半波长的奇数倍，即

$$\delta_n = \pm(2n - 1)\frac{\lambda}{2}, n = 1, 2, 3, \dots$$

所以在小角度 θ 的情况下，第 n 级暗纹的位置

$$x_n = D \sin \theta_n = D \frac{\delta_n}{d} = \pm(2n - 1)\frac{D\lambda}{2d}$$

所以两个相邻暗纹之间的间距为

$$\Delta x_n = x_{n+1} - x_n = \frac{D\lambda}{d}$$

所以要使屏上的干涉条纹间距变大，应使缝与屏的间距 D 增大；或波长 λ 增大；或缝间距 d 减小。

11. (2分) 在迈克耳孙干涉仪的一条光路中，放入一折射率为 n ，厚度为 d 的透明薄片，放入后，这条光路的光程改变了 A

A. $2(n - 1)d$; B. $2nd$; C. nd ; D. $(n - 1)d$

解析 该部分光路，原来的光程为 $2d$ ，新的光程为 $2nd$ ，所以光程的改变量为 $2(n - 1)d$ 。

12. (2分) 如图2，用臂尖干涉仪检验工件的表面，波长为 λ 的单色光垂直入射时，观测到干涉条纹如图所示，图中每一条条纹弯曲部分的顶端恰好与左边相邻条纹的直线部分的连线相切，由图可知工件表面 D

A. 有一高为 $\lambda/4$ 凸起; B. 有一深为 λ 的凹陷;
 C. 有一高为 λ 的凸起; D. 有一深为 $\lambda/2$ 的凹陷;
 E. 有一高为 $\lambda/2$ 凸起,

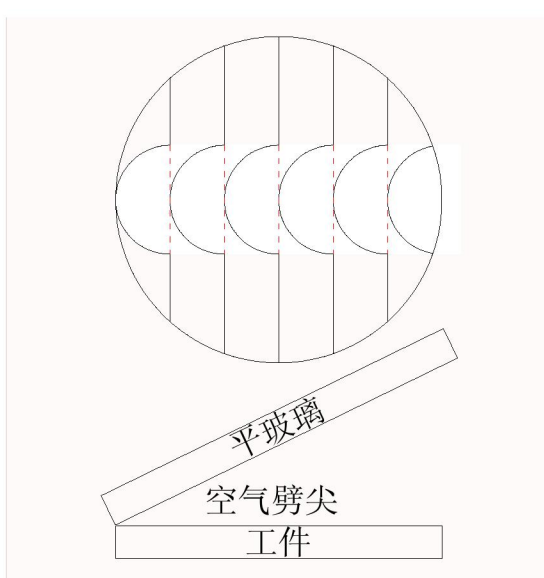


图2 第12题

解析 如图3所示，同一个条纹对应的光程差相同，相邻条纹，光程差相差一个波长。对于空气膜的等厚干涉，光程差 δ 与薄膜厚度 e 之间的关系为

$$\delta = 2ne + \frac{1}{2}\lambda$$

对于空气膜，折射率 $n = 1$ 。上表面为玻璃板，是标准的平面，下表面为工件，可能存在各种缺陷。

$$\Delta\delta = 2n(\Delta e) = \lambda$$

$$\Delta e = \frac{1}{2n}\lambda$$

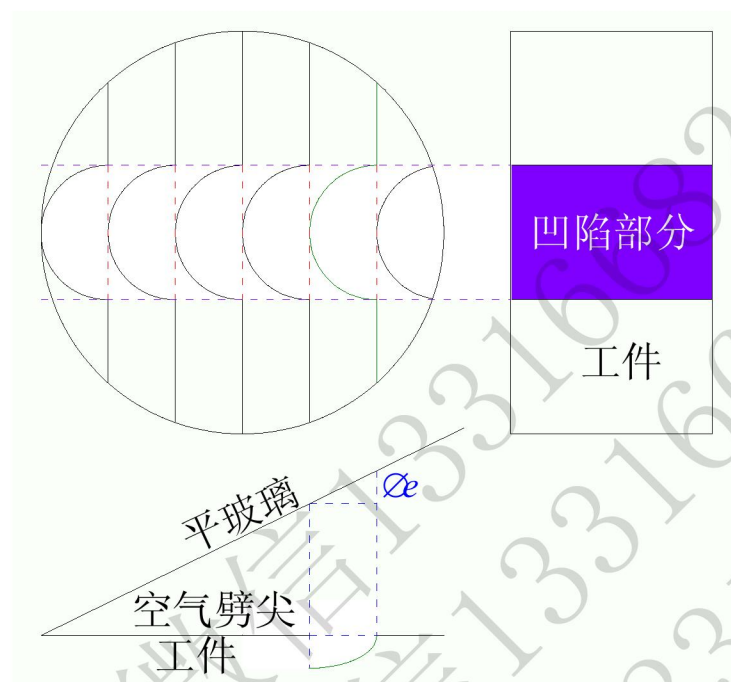


图3 选择十二2

13. (2分) 如图4一束波长为 λ 的平行单色光垂直入射到单缝 AB 上. 装置如图，在屏幕 D 上形成衍射图样，如果 P 是中央亮纹一侧第一个暗纹所在的位置，则 \overline{BC} 的长度为 C
- A. $\lambda/2$ B. $3\lambda/2$ C. λ D. 2λ

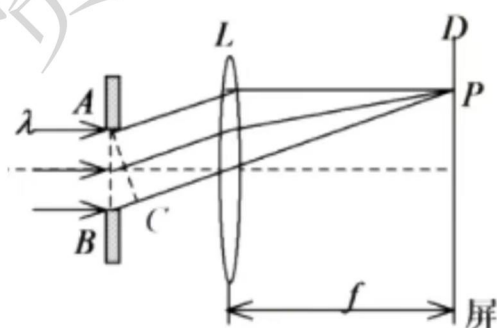


图4 第13题

解析 依题意，狭缝上下两端到衍射点最大的光程差为

$$\delta = a \sin \theta = \overline{BC}$$

而半波带法是以半个波长的光程差为一个单位进行划分波阵面的，依题意， P 是中央亮纹一侧第一个暗纹所在的位置，所以狭缝处波阵面可划分的半波带的个数为

$$\delta\theta_{\text{哈勃}} \geq 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \frac{550 \times 10^{-9}}{2.4} = 2.7958 \times 10^{-7} \text{rad}$$

$$\delta\theta_{\text{天眼}} \geq 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \frac{2}{500} = 4.88 \times 10^{-3} \text{rad}$$

17. (2分) 设星光的有效波长为 550nm, 用一台物镜直径为 1.20m 的望远镜观察双星时, 能分辨的双星的最小角间距是 D

- A. $2.8 \times 10^{-7} \text{rad}$; B. $5.6 \times 10^{-5} \text{rad}$; C. $2.8 \times 10^{-5} \text{rad}$; D. $5.6 \times 10^{-7} \text{rad}$ 。

解析 瑞利判据

$$\delta\theta \geq 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \frac{550 \times 10^{-9}}{1.2} = 5.59 \times 10^{-7} \text{rad}$$

18. (2分) 一束白光垂直照射在一光栅上, 在同一级光谱中偏离中央明纹最远的是 D

- A. 紫光; B. 绿光; C. 黄光; D. 红光。

解析 光栅方程

$$d \sin \theta = k \lambda$$

对于同一级光谱, k 相等, 所以波长越大, 衍射角越大, 偏离中央明纹最远。而红光波长最大, 所以红光的光谱偏离中央明纹最远。

19. (2分) 一束光强为 I_0 的自然光垂直穿过两个偏振片, 且两偏振片的振化方向成 45° 角, 若不考虑偏振片的反射和吸收, 则穿过两偏振片后的光强 I 为 B

- A. $\sqrt{2}I_0/4$; B. $I_0/4$; C. $I_0/2$; D. $\sqrt{2}I_0/2$ 。

解析 自然光通过偏振片, 光强变成一半; 线偏振光通过偏振片, 出射光强与入射光强满足马吕斯定律

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

所以, 依题意有

$$I = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 45^\circ = \frac{1}{4} I_0$$

20. (2分) 有一种简单的产生偏振光的方法, 反射-折射法: 当光以一个特别的角度入射在两种介质的分界面上时, 反射光具有完全的线偏振状态, 则该入射角被称为 B

- A. 马吕斯角; B. 布儒斯特角; C. 全反射角; D. 全偏振角。

解析 略

二、计算题 (共 5 小题, 每小题 12 分, 共 60 分)

1. (12分) 如图5所示, 在真空中有一个电量为 q 的点电荷放置于带电量为 Q 的导体球壳的球心处, 已知导体球壳的内外半径分别为 R_1 和 R_2 , 当它们达到静电平衡后, 试求:

- (1) (5分) 利用高斯定理计算电场分布:
 (2) (5分) 电势分布:
 (3) (2分) P 点的电场和电势 (已知 P 到球心距离为 $\frac{R_1}{2}$).

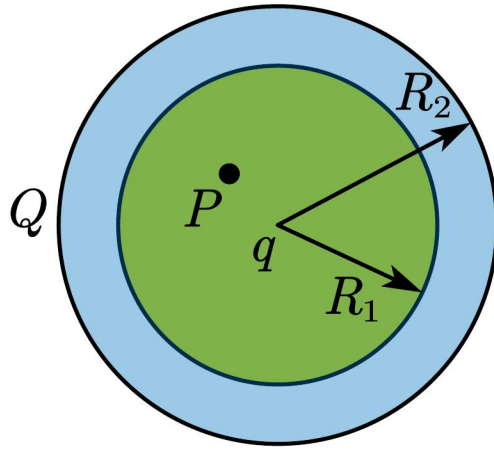


图5 计算题一

(1) 解析 当 $r < R_1$

$$4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

解得

$$E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

当 $R_1 < r < R_2$

$$E = 0$$

当 $r > R_2$

$$4\pi r^2 E = \frac{q + Q}{\epsilon_0}$$

解得

$$E = \frac{Q + q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

(2) 解析 当 $r > R_2$

$$U = \int_r^\infty E dr = \int_r^\infty \frac{Q + q}{4\pi r^2 \epsilon_0} dr = \frac{q + Q}{4\pi \epsilon_0 r}$$

当 $R_1 < r < R_2$

$$U = \int_{R_2}^\infty E dr = \int_{R_2}^\infty \frac{Q + q}{4\pi r^2 \epsilon_0} dr = \frac{q + Q}{4\pi \epsilon_0 R_2}$$

当 $r < R_1$

$$U = \int_{R_2}^\infty \frac{Q + q}{4\pi r^2 \epsilon_0} dr + \int_r^{R_1} \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon_0} dr = \frac{q + Q}{4\pi \epsilon_0 R_2} + \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} \right)$$

(3) 解析

$$E = \frac{q}{\pi R_1^2 \epsilon_0}$$

$$U = \frac{q + Q}{4\pi \epsilon_0 R_2} + \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{R_1}$$

2. (12分) 通有电流 I 的无限长的载流直导线和一正方形的 N 匝密绕导线框如图6所示放置，二者在同一平面内，导线与线框绝缘。试求：
- (1) (3分) 利用安培环路定理计算直导线周围空间的磁感应强度：
 - (2) (6分) 矩形线圈的磁通量和二者的互感系数：
 - (3) (3分) 若 $I = I_0 \cos(\omega t)$ ，其中 I_0, ω 为常数，求线框的感应电动势。

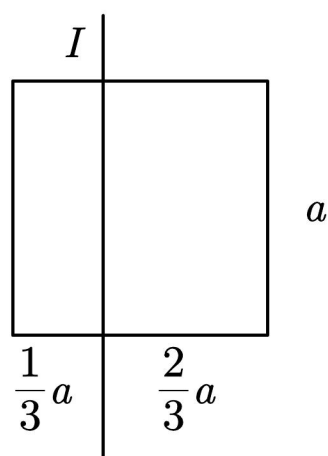


图6 计算题2

- (1) **解析** 任意 t 时刻，由安培环路定律求得

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$B \cdot (2\pi r) = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- (2) **解析** 所以通过线框的磁通量为

$$\begin{aligned} \Phi &= N \int_{\frac{a}{3}}^{\frac{2a}{3}} B a dr \\ &= N \int_{\frac{a}{3}}^{\frac{2a}{3}} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} a dr \\ &= \frac{N \mu_0 I a \ln 2}{2\pi} \end{aligned}$$

互感系数

$$M = \frac{\Phi}{I} = \frac{N \mu_0 a \ln 2}{2\pi}$$

- (3) **解析** 感应电动势为

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{N \mu_0 I_0 a \ln 2 \omega \sin(\omega t)}{2\pi}$$

3. (12分) 如图7双缝干涉实验中，双缝的间距 $d = 0.5 \text{ mm}$ ，双缝到观察屏的距离 $D = 50 \text{ cm}$ 。用波长 $\lambda = 480 \text{ nm}$ 平行光垂直照射。试求
- (1) (6分) 条纹间距：

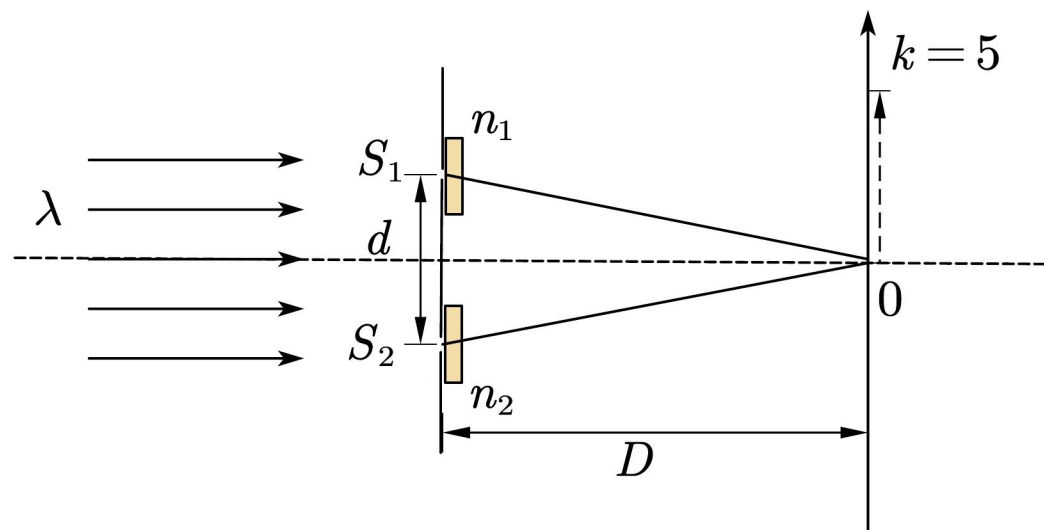


图7 计算题三

- (2) (6分) 若用同样厚度 $n_2 = 1.6, n_1 = 1.3$ 的玻璃薄片覆盖双缝 S_1 和 S_2 , 使屏上中央明纹移动到了第五级明纹的位置, 求玻璃片的厚度 t , 单位用 μm 表示。提示: 可认为光线垂直穿过玻璃薄片。

(1) **解析** 双缝干涉中的光程差为

$$\delta = nd \sin \theta$$

所以有

$$\delta = k\lambda$$

$$x = D \tan \theta \approx D \sin \theta = \frac{D}{nd} k\lambda$$

$$\Delta x = \frac{D}{nd} \lambda = 4.8 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.48 \text{ mm}$$

(2) **解析** 原来中心 $\delta = r_2 - r_1 = 0$

放入玻璃片后

$$\delta = (r_2 + n_2 t - t) - (r_1 + n_1 t - t) = 5\lambda$$

$$\therefore (n_2 - n_1) t = 5\lambda$$

$$t = \frac{5\lambda}{n_2 - n_1} = 8.0 \times 10^{-6} \text{ m}$$

4. (12分) 如图8所示, 照相机镜头上镀有一层折射率 $n_1 = 1.38$ 的二氯化镁薄膜作为增透膜。假设光线垂直入射到镜头上, 试求:

- (1) (6分) 若镜头的折射率 $n_2 = 1.5$, 要使绿光 (552 nm) 反射最小, 求膜的最小厚度 (单位用 nm 表示)。
- (2) (4分) 增透膜的下一个厚度是多少? 此厚度与最小厚度的差值与波长之间有什么关系?
- (3) (2分) 仅增透膜满足上面的厚度条件, 两束反射光并不能完全相消, 试分析原因。

(1) **解析** 要使尽可能少反射, 即要求反射时干涉相消。这里两个反射都是从光疏

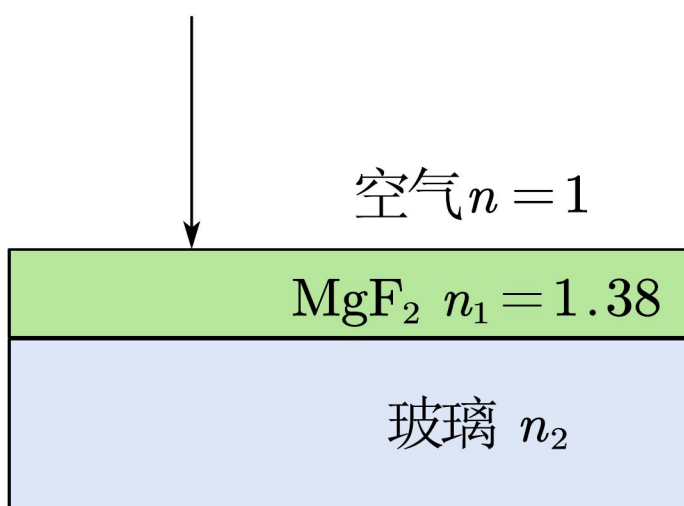


图 8 计算题四

射向光密, 因此都有半波损失, 所以总的额外光程差为零, 所以总的光程差为

$$\delta = 2n_1e = \frac{2k+1}{2}\lambda, k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$e_k = \frac{2k+1}{4n_1}\lambda$$

$$e_{\min} = e_0 = \frac{1}{4n_1}\lambda = \frac{1}{4 \times 1.38} \times 552 = 100 \text{ nm}$$

(2) 解析

$$e_1 = \frac{3}{4n_1}\lambda = \frac{3}{4 \times 1.38} \times 552 = 300 \text{ nm}$$

$$\Delta e = \frac{1}{2n_1}\lambda$$

(3) 解析 满足如上的厚度条件, 只能使得绿光干涉相消, 而其他波长的光并不能使得完全相消

5. (12分) $\lambda = 500\text{nm}$ 的平行光垂直入射到一透射式光栅上, 第二级主极大的衍射角满足 $\sin\theta = 0.2$, 第四级主极大缺级。试求:

- (1) (4分) 光栅常数 (单位用 μm 表示);
- (2) (4分) 狭缝宽度 (单位用 μm 表示);
- (3) (4分) 光栅后的整个衍射范围内可能观察到的明条纹级数。

(1) 解析 由光栅方程

$$\delta = d \sin\theta = k\lambda$$

及题意可得, 对于第二级主极大, 有

$$\delta = d \sin\theta = 2\lambda$$

$$d = \frac{2\lambda}{\sin\theta} = \frac{2 \times 5 \times 10^{-7}}{0.2} = 5\mu\text{m}$$

(2) 解析 由光栅缺级条件

$$d \sin\theta = k\lambda$$

$$a \sin\theta = k'\lambda$$

依题意, 第四级缺级, 所以有 $k = 4$, 所以

$$\frac{d}{a} = \frac{k}{k'}$$
$$a = \frac{k'}{k}d = k' \times \frac{d}{k}$$

k' 可以为 1, 3

当 $k' = 1$ 时, 为

$$a = \frac{1}{4}d = 1.25\mu\text{m}$$

当 $k' = 3$ 时, 为

$$a = \frac{3}{4}d = 3.75\mu\text{m}$$

(3) 解析 由光栅方程

$$\delta = d \sin \theta = k\lambda$$

可得

$$k = \frac{d \sin \theta}{\lambda}$$
$$-\frac{d}{\lambda} < k < \frac{d}{\lambda} = \frac{5 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-7}} = 10$$
$$-10 < k < 10$$

但依题意, $k = \pm 4, \pm 8$ 缺级,

所以能观察到的主极大的级次为 $-9, -7, -6, -5, -3, -2, -1, 0$

, $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$ 共 15 条。