中山大学本科生期末考试

考试科目:《大学物理 (理)》(A 卷)

学年学期:	22–23 学年第 1 学期	姓　　名:	____________
学　院/系:	物理学院	学　　号:	____________
考试方式:	闭卷	年级专业:	____________
考试时长:	120 分钟	班　　别:	____________

警示　《中山大学授予学士学位工作细则》第八条:“考试作弊者, 不授予学士学位.”

以下为试题区域, 共 26 道大题, 总分 100 分, 考生请在答题纸上作答

一、选择题 (共 12 小题)

1. (2 分) 某物体的运动规律为 $\frac{dv}{dt} = -kv^2t$, 式中的 k 为大于零的常数。当 $t = 0$ 时, 初速度为 v_0, 则速度 v 与时间 t 的函数关系式是 __C__

A. $v = \frac{1}{2}kt^2 + v_0$　B. $v = -\frac{1}{2}kt^2 + v_0$　C. $\frac{1}{v} = \frac{kt^2}{2} + \frac{1}{v_0}$　D. $\frac{1}{v} = \frac{kt^2}{2} + v_0$

解析

$$-\frac{dv}{v^2} = kt\,dt$$

$$\int_{v_0}^{v} -\frac{1}{v^2}dv = \int_0^t kt\,dt$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} = \frac{k}{2}t^2$$

2. (2 分) 如图 1所示, 由三根长为 l, 质量为 m 的匀质细杆组成一个三脚架, 则它对通过点 O, 并与架平面垂直的轴的转动惯量为 __B__

A. $\frac{7}{12}ml^2$　　B. $\frac{3}{2}ml^2$

C. $\left(\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)ml^2$　　D. $\frac{5}{6}ml^2$

解析　对上面两根细杆, 根据结论, 易知对 O 的转动惯量为 $\frac{2}{3}ml^2$

对于下面的细杆, 按转动惯量定义式有:

$$\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{m}{l}\left(\frac{3}{4}ml^2 + x^2\right)dx = \frac{5}{6}ml^2$$

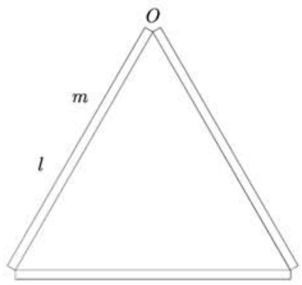

图 1　选择题二

加起来得到 $I = \frac{3}{2}ml^2$, 选 B

3. (2 分) 如图2所示，玻璃管两边装有 H_2，中间用一段水银隔开. 开始左边气体 0°C . 右边气体 10°C , 水银处于中间位置，之后左边开高到 5°C，右边升高到 20°C，使得水银位置 __B__

A. 不变　　B. 左偏　　C. 右偏　　D. 无法确定

解析　设最初时刻两边的压强都为 p

根据查理定律，对左边有

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p}{273}$$

对右边有

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p}{283}$$

所以有

$$\Delta p_1 = \frac{p}{273}\Delta T_1 = \frac{p}{273} \times 5$$

$$\Delta p_2 = \frac{p}{283}\Delta T_2 = \frac{p}{283} \times 10 > \Delta p_1$$

所以左偏

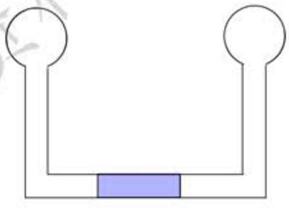

图 2　第三题

4. (2 分) 如图 3所示，A、B 为两个相同的绕着轻绳的定滑轮，它们都可看作是质量均匀分布的圆盘。A 滑轮挂一质量为 M 的物体，B 滑轮受拉力 F，且 $F = Mg$。设 A、B 两滑轮的角加速度分别为 α_A, α_B，不计滑轮轴的摩擦，则有 __C__

A. $\alpha_A = \alpha_B$　　B. $\alpha_A > \alpha_B$

C. $\alpha_A < \alpha_B$　　D. 开始 $\alpha_A = \alpha_B$，以后 $\alpha_A < \alpha_B$

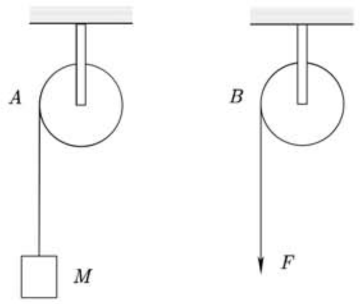

图 3　第四题

解析　绳下挂物体时，物体具有向下的加速度，所以绳子的拉力小于物体的重力；拉力对转轴的力臂保持不变，滑轮对转轴的转动惯量保持不变，绳子拉力变大，对转轴的力矩变大，根据定轴转动的转动定律，$\alpha_A < \alpha_B$

二、判断题 (共 5 小题)

1. (2 分) 在驻波中，同一段上的各点的振动同相，而相邻两段中的各点的振动反相。 $\underline{\sqrt{}}$

2. (2 分) 质点所受合外力矩等于它的角动量对时间的变化率，所以若质点对固定点的角动量矢量保持不变，则质点所受合外力矩为零 $\underline{\sqrt{}}$

三、计算题 (共 5 小题)

1. (10 分) 一艘游艇的质量为 m, 以速度 v_0 在水面上沿直线运动，在关闭发动机后仅仅受到与其速度的的平方成正比的水的阻力作用 ($F = -kv^2$, k 为正值常量)。求此后游艇移动距离 x 和速度 v 的函数关系式。(以 x 为自变量,v 为因变量, 求函数表达式 $v(x)$, 计算结果用 x, k, m 表示)

解析　由题意水的阻力可表示为 $F = -kv^2$ ，根据牛顿第二定律

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}v^2$$

这里加速度是变化的，以游艇为研究对象，水面为参考系，关团发动机时游艇位置为原点，运动方向为正向，建立 $O - x$ 坐标系，注意到

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

可得

$$-\frac{k}{m}v^2 = a = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

化简并分离变量

$$-\frac{k}{m}\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{d}v}{v}$$

两边积分，注意按题意，当 $x = 0$ 时，$v = v_0$, 则

$$-\frac{k}{m}\int_0^x \mathrm{d}x = \int_{v_0}^{v} \frac{1}{v}\mathrm{d}v$$

即可得到

$$v = v_0 e^{-\frac{k}{m}x}$$

2. (10 分) 质量为 M 的有轨平板车能无摩擦地在一条水平直轨道上运动，初始时刻，N 个质量均为 m 的人站在静止的平板车上

(1) (4 分) 这 N 个人一起跑向车的一头，并且同时跳下车，在跳下车前的瞬时，他们相对于车子的速度为 v_r，求这 N 个人跳下后平板车的速度

(2) (4 分) 如果这 N 个人是一个接一个地跑离车子 (每次仅有一个在跑)，每个人在跳下车前相对于车子的速度都为 v_r. 求这车子的最终速度

(3) (2 分) 在上述两种情况下，哪种情况下车子达到的速度大?

(1) **解析** 取地面为参考系，设最终平板车的速度为 v, 沿人跑的反方向为正，由动量守恒

$$Mv + Nm(v - v_r) = 0$$

解得

$$v = \frac{Nm}{M + Nm}v_r$$

(2) **解析** 设 v_n 表示车子上有 n 个人时的车速，则再跳下一个人时的车速为 v_{n-1}，在此过程中系统 (包括车子和这 n 个人) 动量守恒

$$Mv_{n-1} + (n-1)mv_{n-1} + m(v_{n-1} - v_r) = Mv_n + nmv_n$$

$$v_{n-1} = v_n + \frac{mv_r}{M + nm}$$

考虑到最后的车速为 v_0，最初的车速为 $v_N = 0$

$$v_0 = \sum_{n=1}^{N} \frac{mv_r}{M + nm}$$

(3) **解析**

$$\because M + nm < M + Nm (n < N)$$

$$\sum_{n=1}^{N} \frac{mv_r}{M + nm} > \frac{Nm}{M + Nm}v_r$$

可见，第二种情况车子达到的速度较大.

3. (10 分) 一绝热容器中有 $1mol$ 的氦气与 $3mol$ 的氧气，绝热挡板将两种气体分隔开。两种气体的压强都为 p_0，体积都为 V_0。抽出隔热挡板，求混合后气体的温度。

解析 由理想气体内能公式 $E = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$ 及理想气体物态方程 $pV = \frac{m}{M}RT$, 可得 $E = \frac{i}{2}pV$, 故

$$E_{He} = \frac{i_{He}}{2}p_0V_0 = \frac{3}{2}p_0V_0, \quad E_{O_2} = \frac{i_{O_2}}{2}p_0V_0 = \frac{5}{2}p_0V_0$$

抽去隔板后, 因系统绝热, 总内能 E 不变, 即

$$E = E_{O_2} + E_{He} = \frac{3}{2}p_0V_0 + \frac{5}{2}p_0V_0 = 4p_0V_0$$

由理想气体物态方程 $pV = \nu RT$ 知, 抽隔板前, 两种气体的压强、体积相等而物质的量不同, 因此它们的温度不相等, 即两种分子的平均平动动能不等. 这样, 当两种气体混合时, 分子间将通过碰撞将能量从平均平动动能大的分子传递到平均平动动能小的分子, 并在各个自由度上均匀分配, 最后达到一个温度均匀的新的平衡态. 所以根据能量均分定理, 当混合气体处于新平衡态时, 其总内能为

$$E = \nu_{He}\frac{i_{He}}{2}RT + \nu_{O_2}\frac{i_{O_2}}{2}RT = \left(\nu_{He}i_{He} + \nu_{O_2}i_{O_2}\right)\frac{RT}{2}$$

系统最终温度为

$$T = \frac{2E}{R\left(\nu_{He}i_{He} + \nu_{O_2}i_{O_2}\right)} = \frac{2\times 4p_0V_0}{R(1\times 3+3\times 5)} = \frac{4p_0V_0}{9R}$$

4. (10 分) 如图4所示，一劲度系数为 k 的水平弹簧一端与质量为 m_1 的物块 P 相连，另一端与墙壁相连。一质量为 m_2，物块 Q 与 P 接触但不相连。初始时，弹簧处于原长，用一力推动两物块，使弹簧压缩长度 d 。随后释放，平台光滑。

(1) (4 分) 求 P、Q 分离时，P 点的速度 v

(2) (6 分) 求弹簧拉着 P 做简谐运动的振幅和能量大小

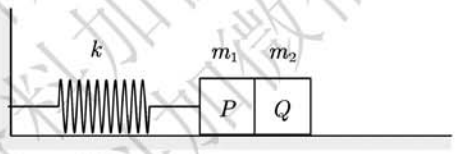

图 4　计算题四

(1) **解析**　由能量守恒

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2$$

解得

$$v = \sqrt{\frac{kd^2}{m_1+m_2}}$$

(2) **解析**　弹簧振子的能量等于分离时刻物块 P 的动能

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m_1v^2$$

解得

$$A = v\sqrt{\frac{m_1}{k}},\quad E = \frac{m_1kd^2}{2(m_1+m_2)}$$

5. (10 分) 如图5所示，已知圆盘质量为 m，半径为 R，重力加速度 g，质量均匀的圆盘绕 O 点转动，初始时 OB 水平。释放圆盘，当转动角度为 θ 时，

(1) (5 分) 求 B 点质元的速度大小与方向

(2) (5 分) 求 B 点质元的加速度大小

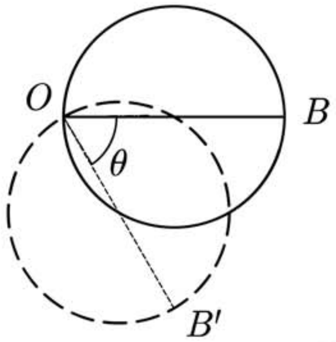

图 5 计算题五

(1) **解析** 圆盘绕 O 点的转动惯量为 $\frac{3}{2}mR^2$，根据能量守恒定律

$$mgR\sin\theta = \frac{1}{2}J\omega^2$$

对 B 点由几何关系

$$\upsilon_B = 2R\omega = 4\sqrt{\frac{1}{3}gR\sin\theta}$$

υ_B 与竖直方向的夹角为 θ

(2) **解析** 法向加速度为

$$a_n = \frac{\upsilon_B^2}{2R} = \frac{8g\sin\theta}{3}$$

切向方向整个圆盘绕 O 点做定轴转动，根据角动量定理

$$M = mgR\cos\theta = J\alpha$$

对 B 点有

$$a_t = 2R\alpha$$

解得

$$a_t = \frac{4}{3}g\cos\theta$$

$$a_B = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \frac{4}{3}g\sqrt{1 + 3\sin^2\theta}$$