# 中山大学本科生期中考试

## 考试科目：《大学物理 I》（工科 A 卷）

学年学期：**2020** 学年第 **2** 学期　　姓　　名：____________

学 院/系：　　学　　号：____________

考试方式：闭卷　　年级专业：____________

考试时长：120 分钟　　班　　别：____________

任课老师：

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条："考试作弊者，不授予学士学位。"

-------------以下为试题区域，共 25 道小题，总分 100 分,考生请在答题纸上作答-------------

提示：采用国际单位制（SI）；重力加速度为$g = 9.8\ m/s^2$。

**一、单选题（共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1-5 | B | B | B | C | D |
| 6-10 | A | B | B | C | C |
| 11-15 | B | A | A | B | A |

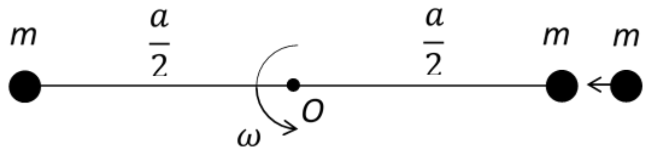
**二、填空题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）**

16、【考点：2-相对运动，出题人：薛超】没有风时，声音在空气中的传播速率是344 m/s。当风以30 m/s的速率从正西方向吹来时，声音向各个方向传播的速率分别是向东__314__ m/s，向西__374__ m/s，向北__344__ m/s，向南__344__ m/s。

17、【考点：4-非惯性系和惯性力，出题人：高扬】为模拟太空中的微重力环境，研究者在"落塔"中释放密封实验箱，在箱内进行各种微重力实验。中科院力学所的国家微重力实验室（NMLC）微重力落塔中，实验箱的自由落体高度可达83 $m$。忽略空气阻力，以实验箱为参考系，则箱内的实验物体受到的合外力是__0__ $N$；维持这个合外力的时间是__4__ $s$。（结果保留一位有效数字）

18、【考点：6-角动量，出题人：刘尚飞】质量为$m$的两个铁球固定在长为$a$的轻质硬杆的两端，杆在水平面内绕过中点的光滑轴以角速度$\omega$逆时针转动。另一质量为$m$的磁铁静止放置

在转动轨道上，当一个铁球经过其附近时突然将其吸住并继续转动。设吸住磁铁后，杆的角速度变成$\omega'$，则$\frac{\omega'}{\omega}$ = __2/3__。



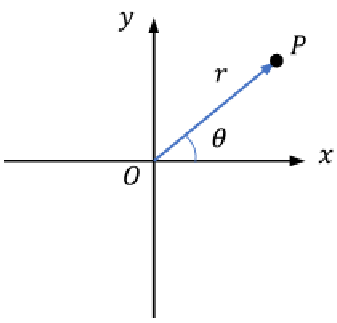

【第 18 题图】

19、【考点：8-伯努利方程，出题人：王欣】采用内径为 2 厘米的输水水管，以 1 m / s 的速度把水送入房屋的地下室，再通过内径为 1 厘米的水管将水输送到二楼，水管出口高于地下室水管输入点 3 m。则二楼楼层的水流速度为__4__m / s？（注：内径指水管内部直径）

20、【考点：10-角动量守恒 刚体转动的功与能，出题人：滕东东】一飞轮以角速度$\omega_0$绕轴旋转，另一静止飞轮突然被同轴地啮合到转动的飞轮上，且该飞轮对轴的转动惯量为前者的 2 倍，啮合后整个系统的角速度为__$\omega_0/3$__。

**三、计算题（共 5 小题，每小题 12 分，共 60 分）**

21、【考点：1-质点运动的描述，出题人：王欣】如图所示，一个质点在平面内运动，其运动学方程为$r = e^{ct}, \theta = bt$（$b, c$ 均为常数），求质点的速度和加速度。




【第21题图】

解法一:

极坐标下 位矢表示为: $\vec{r} = r\vec{e}_r$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\left(r\vec{e}_r\right)}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r\frac{d\vec{e}_r}{dt},$$ ……………(1 分)

$$\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\theta,$$ （$\vec{e}_r$， $\vec{e}_\theta$ 为极坐标系基矢） ……………(1 分)

$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}\vec{e}_r,$$ ……………(1 分)

$$\vec{v}=\dot{r}\vec{e}_r+r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$ ……………(2 分)

$$=ce^{ct}\vec{e}_r+be^{ct}\vec{e}_\theta$$ ……………(2 分)

$$\vec{a}\equiv\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\dot{r}\vec{e}_r+r\dot{\theta}\vec{e}_\theta\right)$$ ……………(1 分)

$$=\ddot{r}\vec{e}_r+\dot{r}\frac{d\vec{e}_r}{dt}+\dot{r}\dot{\theta}\vec{e}_\theta+r\ddot{\theta}\vec{e}_\theta+r\dot{\theta}\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}$$

$$=\left(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2\right)\vec{e}_r+\left(r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta}\right)\vec{e}_\theta$$ ……………(2 分)

$$=\left(c^2e^{ct}-b^2e^{ct}\right)\vec{e}_r+2cbe^{ct}\vec{e}_\theta$$ ……………(2 分)

解法二:

直角坐标系下

$x=r\cos\theta$， $y=r\sin\theta$ ……………(1 分)

位矢表示为:

$\vec{r}=r\cos\theta\vec{i}+r\sin\theta\vec{j}$ （$\vec{i}$， $\vec{j}$ 为直角坐标系基矢） ……………(1 分)

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{d\left(r\cos\theta\vec{i}+r\sin\theta\vec{j}\right)}{dt}$$ ……………(1 分)

$$=\left(\frac{dr}{dt}\cos\theta-r\frac{d\theta}{dt}\sin\theta\right)\vec{i}+\left(\frac{dr}{dt}\sin\theta+r\frac{d\theta}{dt}\cos\theta\right)\vec{j}$$ ……………(2 分)

$$=\left(ce^{ct}\cos(bt)-be^{ct}\sin(bt)\right)\vec{i}+\left(ce^{ct}\sin(bt)+bce^{ct}\cos(bt)\right)\vec{j}$$ ……………(2 分)

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d\left(\left(\frac{dr}{dt}\cos\theta-r\frac{d\theta}{dt}\sin\theta\right)\vec{i}+\left(\frac{dr}{dt}\sin\theta+r\frac{d\theta}{dt}\cos\theta\right)\vec{j}\right)}{dt}$$ ………(1 分)

$$=\left(\frac{d^2r}{dt^2}\cos\theta-2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\sin\theta-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\cos\theta-r\frac{d^2\theta}{dt^2}\sin\theta\right)\vec{i}$$
$$+\left(\frac{d^2r}{dt^2}\sin\theta+2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\cos\theta-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\sin\theta+r\frac{d^2\theta}{dt^2}\cos\theta\right)\vec{j}$$ ………(2 分)

$$=\left(c^2e^{ct}\cos(bt)-2bce^{ct}\sin(bt)-b^2e^{ct}\cos(bt)\right)\vec{i}$$
$$+\left(c^2e^{ct}\sin(bt)+2bce^{ct}\cos(bt)-b^2e^{ct}\sin(bt)\right)\vec{j}$$ ………(2 分)

22、【考点：3-牛顿定律及其应用，出题人：陈岚】一个物体放在水平地面上，物体的质量为2 kg。物体与地面之间的最大静摩擦系数$\mu_s=0.20$，滑动摩擦系数$\mu_k=0.15$。现对物体施加一个变化的水平拉力$F$，$F$与时间$t$的关系为$F=4t\ (N)$。求：（1）多少秒后物体开始运动？（4分）（2）求$t=2s$时物体的速度大小$v$。（8分）

(1)解：外力与最大静摩擦力相等时开始运动，

$$F=\mu_s mg$$
$$4t=0.2\times2\times9.8$$
$$t=0.98\ s$$

(2)开始运动后，摩擦力用滑动摩擦力计算，

$$F-\mu_k mg=ma=m\frac{dv}{dt}$$
$$\int_0^v m dv=\int_1^2(F-\mu_k mg)dt=\int_1^2(4t-\mu_k mg)dt$$
$$mv=(2t^2-\mu_k mgt)|_1^2$$
$$v=1.53\ m/s$$

23、【考点：5-动量，出题人：阳生红】一质量为 2 kg 的物体在合外力$\vec{F}$的作用下在$xOy$平面内运动，其运动方程为$\vec{r}=(t^2+2t)\vec{\imath}+(t^3-3t)\vec{\jmath}$ (m)，则合外力$\vec{F}$在$t=0\ s$到$t=2\ s$内所做的功和对物体的冲量大小分别为多少？

解：根据速度的定义

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{d}{dt}[(t^2+2t)\vec{\imath}+(t^3-3t)\vec{\jmath}]=(2t+2)\vec{\imath}+(3t^2-3)\vec{\jmath}--(2\text{ 分})$$
$$t=0,\vec{v}_1=2\vec{\imath}-3\vec{\jmath}\ldots\ldots\ldots(1\text{ 分})$$
$$t=2s,\vec{v}_2=6\vec{\imath}+9\vec{\jmath}\ldots\ldots\ldots(1\text{ 分})$$

根据动能定理，合外力的功=动能增量………(2 分)，即

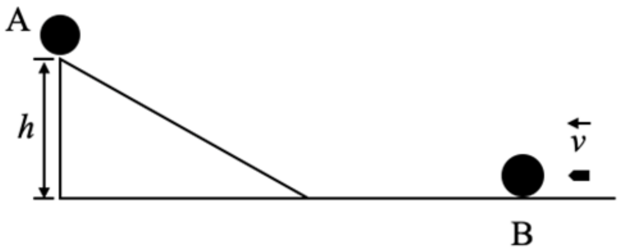
$$A=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}\times2\times[(6^2+9^2)-(2^2+3^2)]=104\text{ J}\ldots\ldots\ldots(2\text{ 分})$$

根据动量定理，合外力的冲量=动量增量，即………(2 分)

$$\vec{I}=m\vec{v}_2-m\vec{v}_1=2\times[(6\vec{i}+9\vec{j})-(2\vec{i}-3\vec{j})]=8\vec{i}+24\vec{j}\ldots\ldots\ldots(2\text{ 分})$$

$$I=\sqrt{8^2+24^2}=8\sqrt{10}\ \mathrm{N\cdot s}$$

24、【考点：7-功与能 碰撞，出题人：肖翔】如图所示，质量为$M$的小球从斜面上高度$h$的$A$点处由静止开始下滑，滑至水平段$B$点停止。假设$AB$段的滑动摩擦系数为常数，小球和子弹都可以当作质点处理。（1）今有一质量为$m$的子弹射入小球中，使小球恰好能返回到斜面上的$A$点处，求子弹的速度。（8分）（2）上一问中，若假设子弹并不射入小球中，而是与小球发生完全弹性碰撞，求子弹的速度。（4分）




【第24题图】

解：（1）设斜面长度为$L_1$，与水平面的夹角为$\theta$，小球在水平面上滑动了$L_2$，AB 段的滑动摩擦系数为$\mu$，则小球从 A 点滑动到 B 点的过程中，摩擦力做功为

$$W=-(\mu Mg\cos\theta*L_1+\mu Mg*L_2)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\quad（1\text{ 分}）$$

重力做功为$Mgh$，由于小球从静止开始滑动，最终又静止，动能增加为零，由功能原理可得

$$Mgh+W=0\ \cdots\cdots\cdots\cdots\quad（1\text{ 分}）$$

即，

$$gh=\mu g(\cos\theta*L_1+L_2)$$

设子弹射入小球后，小球和子弹的速度为$v$，如果恰好能返回 A 点，则需要

$$\frac{1}{2}(M+m)v^2=(M+m)gh+\mu(M+m)g\cos\theta*L_1+\mu(M+m)gL_2\ \cdots\cdots\cdots\cdots\quad（1\text{ 分}）$$

联立两式可得

$$v=2\sqrt{gh}\cdots\cdots\cdots\cdots\quad（2\text{ 分}）$$

与小球质量无关。

（注：这部分解答过程不必拘泥于本参考答案）

设子弹初速度为$v_0$，由动量守恒可得

$$mv_0=(M+m)v \cdots\cdots\cdots\cdots \quad （1 分）$$

联立方程求解，可得

$$v_0=\frac{2(M+m)}{m}\sqrt{gh} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad （2 分）$$

（2）设子弹初速度为$v_1$，碰撞之后速度变为$v_2$。根据完全弹性碰撞的定义，由动量守恒和动能守恒可得

$$\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_2^2+\frac{1}{2}Mv^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad （1 分）$$

$$mv_1=mv_2+Mv \cdots\cdots\cdots\cdots \quad （1 分）$$

联立方称求解，可得

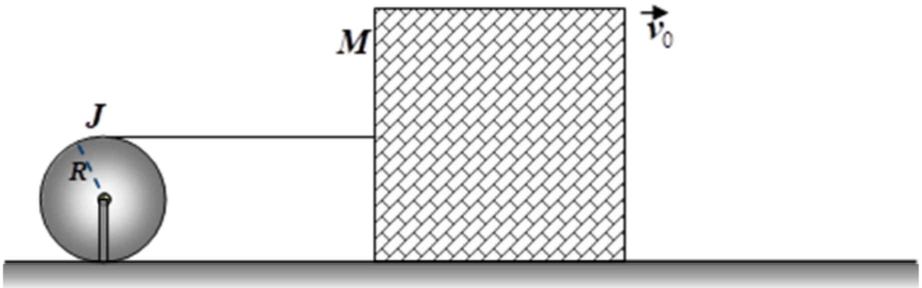
$$v_1=\frac{(M+m)}{m}\sqrt{gh} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad （2 分）$$

25、【考点：10-刚体定轴转动，出题人：刘璞】一个固定在光滑支杆上的定滑轮（滑轮与支杆转轴和水平面间的摩擦忽略），其半径为$R$，转动惯量为$J$。一个平放在光滑水平面上的滑块，其质量为$M$。开始时，缠绕在定滑轮上的轻质细绳（细绳无弹性、质量忽略）与滑块相连并水平绷紧，此时定滑轮静止，滑块拥有初速度$\vec{v}_0$（如图所示）。若滑块滑出一小段位移后的瞬间，定滑轮的角速度为$\omega$，请问：

（1）在定滑轮的角速度为$\omega$的瞬间，滑块的动能$E_k$是多少？（5分）

（2）假设轻质细绳可无限延伸，则滑块向无限远滑出的过程中，定滑轮能获得的最大转动动能$E_r$是多少?（5分）

（3）滑块向无限远滑出的过程中，轻质细绳与定滑轮之间的滑动摩擦力所做的负功$W$一共是多少?（2分）




【第25题图】

**解：**（1）由题可知，系统关于支杆转轴的合外力矩为 0，所以系统关于支杆转轴的角动量守恒，假设在定滑轮的角速度为 $\boldsymbol{\omega}$ 的瞬间，滑块的速度为 $\boldsymbol{v}$，可知：

$$\boldsymbol{Mv_0R=J\omega+MvR} \quad ——（2分）$$

由此得滑块的瞬时速度为：$v=\dfrac{Mv_0R-J\omega}{MR}$ ————（ 1分）

所以滑块在那一瞬间的动能 $E_k$ 为：

$$E_k=\frac{1}{2}Mv^2=\frac{(Mv_0R-J\omega)^2}{2MR^2}$$ ——（ 2 分）

（2）滑块向无限远滑出的过程中，由细绳的切向速度和定滑轮的角速度关系可知，当定滑轮的角速度和细绳的切向速度 $v$ 满足：$\omega R=v$ 时，定滑轮的角速度将达到最大值———（ 1分）

因此，根据系统角动量守恒，并假设定滑轮能获得的角速度的最大值为 $\omega_1$，有：

$$Mv_0R=J\omega_1+M\omega_1R\cdot R=\omega_1(J+MR^2)$$ —————————————（ 2分）

由此可得定滑轮能获得的最大角速度为：

$\omega_1=\dfrac{Mv_0R}{J+MR^2}$，得定滑轮能获得的最大转动动能 $E_r$ 为：$E_r=\dfrac{1}{2}J\omega_1{}^2=\dfrac{J(Mv_0R)^2}{2(J+MR^2)^2}$ （ 2 分）

（3）滑块向无限远滑动的过程中，细绳与定滑轮之间开始时存在滑动摩擦，直到细绳切向速度 $v$ 和定滑轮的角速度 $\omega$ 之间满足关系：$\omega_1R=v_1$ 后，定滑轮与细绳间的滑动摩擦消失，即滑动摩擦只要在细绳切向速度和定滑轮的角速度不满足上式关系前在负功，满足关系后系统的机械能将保持不变———（ 1分）

因此，根据系统能量守恒可知，系统中所有的机械能损失即为滑动摩擦所做的全部负功，为：

$$W=\frac{1}{2}Mv_0{}^2-\frac{1}{2}J\omega_1{}^2-\frac{1}{2}Mv_1{}^2=\frac{1}{2}Mv_0{}^2-\frac{J(Mv_0R)^2}{2(J+MR^2)^2}-\frac{M^3v_0{}^2R^4}{2(J+MR^2)^2}=\frac{Mv_0{}^2J^2+J(Mv_0R)^2}{2(J+MR^2)^2}=\frac{JMv_0{}^2}{2(J+MR^2)}$$

——（ 1分）