大学物理 128（A 类）（1）

A 卷 参 考 答 案　2019/6/26

一、填空题（共 40 分）

1、（本小题 4 分） $\dfrac{2b}{R}$；$\dfrac{4b^2t^2}{R}$

2、（本小题4分） $\dfrac{mv_0^2}{F_0}$

3、（本小题 4 分）右；$\dfrac{1}{3}g\tan\theta$

4、（本小题 4 分） $v_{\mathrm{C}}=\dfrac{mv_0}{M+m}$；$\Delta t=\dfrac{1}{v_0}\left[l+\left(1+\dfrac{M}{m}\right)s\right]$

5、（本小题 4 分）2250；2000

6、（本小题 4 分） $\dfrac{\Delta x}{v}$，$\sqrt{1-v^2/c^2}\cdot\dfrac{\Delta x}{v}$

7、（本小题 4 分） $u=\dfrac{Ec}{m_0c^2+E}$；$M_0=m_0\sqrt{1+\dfrac{2E}{m_0c^2}}$

8、（本小题 3 分） $\dfrac{1}{2}mR^2$

9、（本小题 3 分） $\dfrac{J}{k}\ln 4$

10、（本小题 2 分） $\dfrac{a}{2r^2}$

11、（本小题 4 分）5/3；5/24　写成 3/5;　24/5 扣一半分

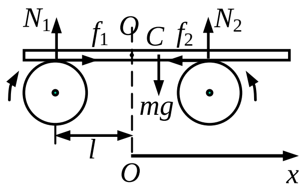
$pV=\dfrac{m}{M_{\mathrm{mol}}}RT$，$E=\dfrac{m}{M_{\mathrm{mol}}}C_{V,m}T=\dfrac{m}{M_{\mathrm{mol}}}\dfrac{i}{2}RT$，

（1）$\dfrac{E}{V}=\dfrac{i}{2}\dfrac{m}{M_{\mathrm{mol}}}\dfrac{RT}{V}=\dfrac{i}{2}p$

（2）$\dfrac{E}{m}=\dfrac{i}{2}\dfrac{1}{M_{\mathrm{mol}}}RT=\dfrac{i}{M_{\mathrm{mol}}}\dfrac{RT}{2}$

二、综合题（共 60 分）

1、(**10 分**）解：如图所示，设板质心为 C，以两转轴中间点为坐标原点建立坐标，板受重力、圆柱的支持力及摩擦力。



由牛顿第二定律：

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=f_1-f_2 \qquad (1\text{ 分})$$

$$N_1+N_2-mg=0 \qquad (1\text{ 分})$$

和相对于 O 处的力矩平衡方程

$$N_2l-N_2l-mgx=0 \qquad (1\text{ 分})$$

（注意：也可以按照书中例题，以质心为参考点列出力矩平衡方程
$(l+x)N_1-(l-x)N_2=0$）

联立上述方程可得 $N_1=\dfrac{l-x}{2l}mg$， $N_2=\dfrac{l+x}{2l}mg$ （2 分）

平板受两圆柱体的摩擦力分别为

$$f_1=\mu N_1=\frac{l-x}{2l}\mu mg, \qquad (1\text{ 分})$$

$$f_2=\mu N_2=\frac{l+x}{2l}\mu mg \qquad (1\text{ 分})$$

代入牛顿第二定律得：

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=\frac{l-x}{2l}\mu mg-\frac{l+x}{2l}\mu mg=-\frac{x}{l}\mu mg \qquad (1\text{ 分})$$

化简后得到

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\frac{\mu g}{l}x=0 \qquad (1\text{ 分})$$

因此，板在水平方向做简谐振动。其振动周期为

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{\mu g}{l}}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{\mu g}} \qquad (1\text{ 分})$$

2、（**10 分**）解：平面简谐波波动式为 $y = A\cos[\,\omega(t - \dfrac{x}{u}) + \varphi]$ （1 分）

由图可知：振幅 A=0.04m，波长λ=0.08m。 （2 分）

波在Δt=1/2s 向右传播

$$\Delta x = 0.02 + n\lambda = (0.02 + 0.08n)\ \ (\text{m})\text{，} n=0,1,2,3,\ldots\ldots \quad （1 分）$$

波速为

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.02 + 0.08n}{0.5} = (0.04 + 0.16n)\ \ (\text{m/s}) \quad （1 分）$$

周期为

$$T = \frac{\lambda}{u} = \frac{0.08}{0.04 + 0.16n} = \frac{2}{1 + 4n}(\text{s}) \quad （1 分）$$

角频率为

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = (1 + 4n)\pi(\text{s}^{-1}) \quad （1 分）$$

原点处振动式 $y_o = A\cos(\omega t + \varphi)$，在 t=0 时刻，位移为零，速度为负向（向下），则

$$0 = A\cos\varphi\text{，}\ \ v_0 = -\omega A\sin\varphi < 0 \quad （1 分）$$

可知波的初相位：$\varphi = \pi/2$ 。 （1 分）

则该平面简谐波波动式为

$$y = 0.04\cos\left[(1 + 4n)\pi\left(t - \frac{x}{0.04 + 0.16n}\right) + \frac{\pi}{2}\right] \quad （1 分）$$

式中 n=0,1,2,3,……。

3、（**10 分**）证明：由热力学第一定律 $\mathrm{d}Q + \mathrm{d}A = \mathrm{d}E$，以及绝热过程的定义 $\mathrm{d}Q = 0$，可得：

$$\mathrm{d}A = \mathrm{d}E \qquad \text{or } \mathrm{d}E+\mathrm{d}A=0 \quad （1 分）$$

或：
$$p\mathrm{d}V + \frac{m}{M}C_{V,\mathrm{m}}\mathrm{d}T = 0 \quad （2 分）$$

由理想气体状态方程 $pV = \dfrac{m}{M}RT$ （1分）

可得：
$$\frac{m}{M}\frac{RT}{V}\mathrm{d}V + \frac{m}{M}C_{V,\mathrm{m}}\mathrm{d}T = 0 \quad （1分）$$

即
$$R\frac{\mathrm{d}V}{V} + C_{V,\mathrm{m}}\frac{\mathrm{d}T}{T} = 0 \quad （1分）$$

$$(\gamma - 1)\frac{\mathrm{d}V}{V} + \frac{\mathrm{d}T}{T} = 0 \qquad \text{其中}\ \gamma - 1 = \frac{R}{C_{\mathrm{V,m}}}\ \text{。} \quad （2分）$$

分别对气体体积和温度积分得：

$$(\gamma - 1)\ln V + \ln T = \text{const} \quad （1分）$$

或
$$\ln V^{\gamma - 1}T = \text{const}$$

即
$$TV^{\gamma - 1} = C_1 \quad （1分）$$

注意：按照书上的推导方式，给出 $pV^{\gamma}=C_2$ 的推导过程也可以参照上述推导步骤给分。

4（**10 分**）解：（1）由归一化条件，三角形面积等于 1，即

$$\frac{1}{2}\cdot C\cdot 3v_0=1\text{，}\qquad\text{（2 分）}$$

则
$$C=\frac{2}{3v_0}\qquad\text{（1 分）}$$

（2）由图示，可知：在速率区间 $0\le v<v_0$，

$$\frac{f(v)-0}{C-0}=\frac{v-0}{v_0-0}\qquad\text{（1 分）}$$

则有：
$$f(v)=\frac{2}{3v_0^2}v\qquad(0\le v<v_0)\qquad\text{（1 分）}$$

在速率区间 $v_0\le v\le 3v_0$，

$$\frac{f(v)-C}{0-C}=\frac{v-v_0}{3v_0-v_0}\qquad\text{（1 分）}$$

则有：
$$f(v)=\frac{1}{v_0}(1-\frac{v}{3v_0})\quad(v_0\le v\le 3v_0)\text{。}\qquad\text{（1 分）}$$

则粒子总的速率分布函数为

$$f(v)=\begin{cases}\dfrac{2}{3v_0^2}v & (0\le v<v_0)\\[2mm] \dfrac{1}{v_0}(1-\dfrac{v}{3v_0}) & (v_0\le v\le 3v_0)\end{cases}$$

（3）粒子的平均速率为

$$\bar{v}=\int_0^{\infty}v\,f(v)\mathrm{d}v=\int_0^{v_0}v\,f(v)\mathrm{d}v+\int_{v_0}^{3v_0}v\,f(v)\,\mathrm{d}v$$

$$=\int_0^{v_0}v\frac{2}{3v_0^2}v\mathrm{d}v+\int_{v_0}^{3v_0}v\frac{1}{v_0}(1-\frac{v}{3v_0})\,\mathrm{d}v\qquad\text{（3 分）}$$

$$=\frac{2}{9}v_0+\frac{10}{9}v_0=\frac{4}{3}v_0$$

注意：　（1）平均速率公式正确（第一行第一个等式），给 1 分；

（2）写出分段积分表达式（第一行第二个等式），给 1 分。

（3）正确给出结果，给满分。

5、(**6 分**)解：砂子落下的质量恰好等于圆盘质量 m_0，此过程所花时间 $\Delta t = \dfrac{m_0}{q}$（1 分）。

对系统运用角动量定理，即冲量矩等于角动量的增量，有

$J = m_0 r^2 + \dfrac{1}{2} m_0 R^2$ （2 分）

$M\Delta t = J\omega$， （2 分）

由此得圆盘的角速度为

$\omega = \dfrac{2M}{q(2r^2 + R^2)}$ （1 分）

6、(**14 分**)解：(1)根据胡克定律和机械能守恒

$$\begin{cases} kx_0 = T \\ \dfrac{1}{2} m v_0^2 > \dfrac{1}{2} k x_0^2 \end{cases}$$ （1+1 分）

得细绳被拉断条件：$v_0 > \dfrac{T}{\sqrt{mk}}$ （1 分）

(2)设绳刚断时小滑块速度为 v_1,则有

$\dfrac{1}{2} m v_0^2 = \dfrac{1}{2} m v_1^2 + \dfrac{1}{2} k x_0^2$ （1 分）

$v_1 = \sqrt{v_0^2 - \dfrac{T^2}{mk}}$ （1 分）

当滑块和长板速度同为 v_2 时，弹簧压缩量 x 最大，此时长板的加速度最大．根据动量和机械能守恒．

$$\begin{cases} m v_1 = (M + m) v_2 \\ \dfrac{1}{2} m v_0^2 = \dfrac{1}{2} (M + m) v_2^2 + \dfrac{1}{2} k x^2 \end{cases}$$ （1+1 分）

可解得

$$kx = \sqrt{\frac{m}{M + m}(kMv_0^2 + T^2)}$$

（1 分）

故绳被拉断后，长板所能获得的最大加速度为

$$a=\frac{kx}{M}=\frac{1}{M}\sqrt{\frac{m}{M+m}(kMv_0^2+T^2)}$$ （1 分）

(3)设滑块离开长板时，滑块速度为零，长板速度为 v_M.

$$\begin{cases}\frac{1}{2}Mv_M^2=\frac{1}{2}mv_0^2\\ Mv_M=mv_1\end{cases}$$ （1+1 分）

$$\Rightarrow v_1^2=\frac{M}{m}v_0^2$$

（1 分）

结合 $v_1^2=v_0^2-\frac{T^2}{mk}$ 得所要求的条件为 $\begin{cases}v_0=\frac{T}{\sqrt{(m-M)k}}\\ m>M\end{cases}$ （1+1 分）