第 1 章　质点运动学：求导法（$\vec{r}\rightarrow\vec{v}\rightarrow\vec{a}$）、积分法（$\vec{a}\rightarrow\vec{v}\rightarrow\vec{r}$）、轨迹方程、圆周运动（角量与线量）

1．质点的位矢、位移、运动方程

（1）质点运动方程（$\vec{r}(t)$）：$\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$（描述质点运动的空间位置与时间的关系式）

（2）位矢（$\vec{r}$）：$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$

（3）位移（$\Delta\vec{r}$）：$\Delta\vec{r}=\Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{j}+\Delta z\vec{k}$

（注意位移 $\Delta\vec{r}$ 和路程 Δs 的区别，一般情况下：$|\Delta\vec{r}|\neq\Delta S$，$|\Delta\vec{r}|\neq\Delta r$或$\Delta|\vec{r}|$；

位移大小：$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}$；

径向增量：$\Delta r=\Delta|\vec{r}|=|\vec{r}_B|-|\vec{r}_A|=\sqrt{(x_B)^2+(y_B)^2}-\sqrt{(x_A)^2+(y_A)^2}$）

（4）参数方程：$\begin{cases}x=x(t)\\y=y(t)\\z=z(t)\end{cases}$

（5）轨迹方程：从参数方程中消去 t，得：$F(x,y,z)=0$

2．速度和加速度

直角坐标系中

（1）速度（$\vec{v}$）：$\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}=\dfrac{dx}{dt}\vec{i}+\dfrac{dy}{dt}\vec{j}+\dfrac{dz}{dt}\vec{k}$

（2）平均速度（$\bar{\vec{v}}$）：$\bar{\vec{v}}=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

（3）加速度（$\vec{a}$）：$\vec{a}=\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}=\dfrac{d^2x}{dt^2}\vec{i}+\dfrac{d^2y}{dt^2}\vec{j}+\dfrac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$

（4）平均加速度（$\bar{\vec{a}}$）：$\bar{\vec{a}}=\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

（注意速度和速率的区别：$|\vec{v}|=\left|\dfrac{d\vec{r}}{dt}\right|$，但一般情况下$\left|\dfrac{d\vec{r}}{dt}\right|\neq\dfrac{dr}{dt}$）

3．曲线运动

描述质点的曲线运动，常采用自然坐标系（由切向和法向组成），在自然坐标系中，质点的（线）速度和加速度为：

（1）速度：$\vec{v} = v\vec{e}_t = \dfrac{ds}{dt}\vec{e}_t$

（2）加速度：$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = a_t\vec{e}_t + \vec{a}_n\vec{e}_n$

其中：切向加速度（$\vec{a}_t$）$\vec{a}_t = \dfrac{dv}{dt}\vec{e}_t$，量度速度量值的变化；

法向加速度（$\vec{a}_n$）$\vec{a}_n = \dfrac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$，量度速度方向的变化，$\rho$ 为曲率半径。

4．圆周运动

（1）角速度（ω）：$\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

（2）线速度（v）：$v = \dfrac{ds}{dt}$

（3）角加速度（α或β）：$\alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$

（4）总加速度（$\vec{a}$)：$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = R\alpha\vec{e}_t + R\omega^2\vec{e}_n$

（大小取模：$|\vec{a}| = |\ \vec{a}_t + \vec{a}_n\ | = \sqrt{(R\alpha)^2 + (R\omega^2)^2}$ ）

且有角量与线量关系式：

$$s = R\theta$$

$$a_{\mathrm{t}} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = R\alpha$$

$$a_{\mathrm{n}} = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

第 2 章　质点动力学：动量定理、动能定理、变力做功

1．动量、冲量

动量：$\vec{p} = m\vec{v}$

冲量：$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt$

2．动量定理：

质点动量定理：$\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\cdot dt=\vec{P}_2-\vec{P}_1=m\Delta\vec{v}$

质点系动量定理：$\int_{t_0}^{t}\left(\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i\right)dt=\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_i-\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_0=\vec{p}-\vec{p}_0$

3．动量守恒定律：

当系统所受合外力为零时，即 $\vec{F}_{ex}=0$ 时，或 $\vec{F}_{in}$ □ $\vec{F}_{ex}$

系统的总动量保持不变，即：$\vec{P}=\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_i=C$

4．变力做功：

$W=\int_A^B\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_A^B F\cos\theta dr$（θ为$\vec{F}$与$d\vec{r}$之间夹角)

直角坐标系中：$W=\int_A^B(F_x\mathrm{d}x+F_y\mathrm{d}y+F_z\mathrm{d}z)$

5．动能定理：

（1）质点动能定理：$W=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=E_{\mathrm{k2}}-E_{\mathrm{k1}}$

（质点所受合外力做功等于质点动能增量。）

（2）质点系动能定理: $W^{\mathrm{ex}}+W^{\mathrm{in}}=\sum_{i=1}^{n}E_{\mathrm{ki}}-\sum_{i=1}^{n}E_{\mathrm{kio}}$

（质点系所受外力做功和内力做功之和等于质点系动能增量。）

6．保守力、势能、功能原理：

（1）保守力：做功只与始末位置有关，与经历的路径无关的力

（2）重力势能：$E_{\mathrm{P}}=mgh$，地面为势能零点

（3）弹簧的弹性势能：$E_{\mathrm{P}}=\frac{1}{2}kx^2$，弹簧原长处为势能零点

（4）万有引力势能：$E_{\mathrm{P}}=-G\frac{m'm}{r}$，$m'$ 与 m 相距无限远处 $r=\infty$ 为势能零点

（5）功能原理：$W^{ex}+W_{nc}{}^{in}=E-E_0$

7．机械能守恒定律：

当作用于质点系的外力和非保守内力不作功（或只有保守内力做功）时，即：当 $W^{\text{ex}}+W_{\text{nc}}^{\text{in}}=0$ 时，质点系的总机械能是守恒的：$E=E_0$

8．质点角动量定理：

（1）质点角动量： $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times m\vec{v}$

大小：$L=mvr\sin\theta$（θ是$\vec{r}$和$\vec{v}$的夹角）；方向：沿 $\vec{r}\times\vec{v}$的方向。

注：当质点做圆周运动时：$L=mr^2\omega=J\omega$

（2）质点角动量定理： $\vec{M}=\dfrac{d\vec{L}}{dt}$（微分形式）（质点对任一参考系的角动量随时间的变化率等于合外力对该点的力矩。）

或：$\int_{t_0}^{t}\vec{M}dt=\Delta\vec{L}$（积分形式）

9．质点角动量守恒定律：

当合外力矩 $M=0$ 时，角动量 L 保持不变。

两种情况：

(1) 合外力 $F=0$，得合外力矩 $M=0$；

(2) 虽然合外力 $F\neq0$，但合力作用线过参考点 0，即合外力矩 $M=0$。（如地球绕太阳运动）

第 5 章　机械振动：振动方程（旋转矢量法）、振动合成、振动能量

1．简谐运动的基本概念：

（1）　运动方程：$x=A\cos(\omega t+\varphi)$，$x_m=A$

（2）　速度方程：$v=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)$，$v_m=A\omega$

（3）　加速度方程：$a=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi)$，$a_m=A\omega^2$

（4）　周期：$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$

（5）　频率：$\nu=\dfrac{1}{T}=\dfrac{\omega}{2\pi}$

（6） 时间差与相位差的关系：$\Delta t=\dfrac{\Delta\varphi}{\omega}$

2.旋转矢量法：

在平面上画一矢量 $\vec{A}$，初始位置与 x 轴正方向的夹角等于初相位 φ ,其尾端固定在坐标原点上，其长度等于振动的振幅 A，并以圆频率 ω 为角速度绕原点作**逆时针**匀速转动，则矢量 $\vec{A}$ 在 x 轴上的投影为：$x=A\cos(\omega t+\varphi)$。

旋转矢量做一次圆周运动，其矢端在 x 轴上投影点完成一次简谐运动。

3.简谐运动的能量：

动能：$E_k=\dfrac{1}{2}mv^2$

势能：$E_p=\dfrac{1}{2}kx^2$

机械能：总能量（守恒）$E=E_k+E_P=\dfrac{1}{2}kA^2=\dfrac{1}{2}mv_m^2=\dfrac{1}{2}kx^2+\dfrac{1}{2}mv^2$

4.简谐运动的合成：

（1）两个同方向、同频率简谐振动的合成：仍为简谐振动：$x=A\cos(\omega t+\varphi)$。其中合振幅和合初相分别为：

$$\begin{cases} A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)} \\ \varphi=arctg\dfrac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2} \end{cases}$$

同相：当相位差满足 π 的偶数倍，即：$\Delta\varphi=\pm 2k\pi$ 时，振动加强，$A_{MAX}=A_1+A_2$；

反相：当相位差满足 π 的奇数倍，即：$\Delta\varphi=\pm(2k+1)\pi$ 时，振动减弱，$A_{MIN}=\left|A_1-A_2\right|$。

第 6 章 机械波：波动方程、波程差与相位差关系

1．平面简谐波

(1)简谐波：波源和介质质点都作简谐振动的波称为简谐波。各种复杂的波形都可看成由许多不同频率的简谐波的叠加。

(2)平面简谐波的波函数：

$$y=A\cos\left[\omega(t\mp\frac{x}{u})+\varphi\right]=A\cos\left[2\pi(\frac{t}{T}\mp\frac{x}{\lambda})+\varphi\right]$$

其中，“–”表示波沿 x 轴正方向传播；“+”表示波沿 x 轴负方向传播，u 作为速率。

2．波的干涉

（1）波的干涉现象：波在空间相遇，出现某些点振动始终加强，某些点振动始终减弱或完全抵消的现象称为波的干涉现象，能产生干涉现象的波叫做相干波，相应的波源叫做相干波源。

（2）波的相干条件：1)频率相同；2)振动方向相同；3)相位差恒定。

（3）干涉加强和减弱的条件：两相干波源发出的波在空间某处相遇叠加时，干涉加强或减弱的条件由两波在该处的相位差 $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$ 决定。

相位差与波程差之间的关系：$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$

当相位差满足 π 的偶数倍，即：$\Delta\varphi=\pm 2k\pi$ 时，振幅最大，$A_{MAX}=A_1+A_2$；

当相位差满足 π 的奇数倍，即：$\Delta\varphi=\pm(2k+1)\pi$ 时，振幅最小，$A_{MIN}=\left|A_1-A_2\right|$。

若两相干波源的振动的初相位相同，干涉条件也可用**波程差**表示：

$$\delta=r_2-r_1=\begin{cases}\pm k\lambda(k=0,1,2,\ldots),\ A=A_1+A_2\\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2},A=|A_1-A_2|\,(k=0,1,2,\ldots)\end{cases}$$

第 9 章 静电场

点电荷系的场强和电势、均匀带电体的场强和电势、对称性电场的场强和电势、电通量、静电场高斯定理、静电场环路定理、电势差、电势能、电场力做功。

1. 点电荷系的场强和电势

点电荷的电场强度：$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

点电荷系电场强度（矢量和）：$\vec{E}=\sum\limits_i\vec{E}_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\limits_i\frac{q_i}{r_i^2}\vec{e}_{ri}$

点电荷的电势为：$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$（以无限远处为电势零点）

点电荷系电场中某点的电势（因为电势是标量，所以只需求代数和）：

$U=\sum\limits_i U_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\limits_i\frac{q_i}{r_i}$（以无限远处为电势零点）

2. 均匀带电体的场强和电势

连续带电体的电场强度（积分法）：$\vec{E}=\int\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

解题步骤分为五步走：

（1）建立坐标系；

（2）取电荷元 $dq=\begin{cases}\lambda dl,线分布\\ \sigma ds,面分布\\ \rho dV,体分布\end{cases}$；

（3）写出电荷元产生的场强 $d\vec{E}=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$；

（4）把 $d\vec{E}$ 分解为 $dE_x,dE_y和dE_z$。

（5）积分

$$E_x=\int dE_x, E_y=\int dE_y, E_z=\int dE_z,$$
$$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}+E_z\vec{k}$$

3. 连续带电体电势（积分法）：

$U=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int\dfrac{dq}{r}$（以无限远处为电势零点）

解题步骤分为四步走：

1）建立坐标系；

2）取电荷元 $dq=\begin{cases}\lambda dl,线分布\\ \sigma ds,面分布\\ \rho dV,体分布\end{cases}$；

3）写元电势 $dU=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$；

4）积分 $U=\int_V dU$

4. 对称性电荷分布的场强和电势

利用高斯定理计算具有特定对称性电荷分布的电场强度，主要对称性有球对称（球形带电体或带电面）、轴对称（无限长直圆柱形带电体或带电面）、平面对称（无限大带电平面）

解题步骤：根据对称性，取高斯面，使高斯面上的电场强度全部或者部分为常量；

然后用高斯定理公式：$\oint_S\vec{E}\cdot d\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$；可将全部或部分高斯面上的电场强度提到积分号外面来，计算出高斯面上的电场强度 $\vec{E}$。

利用电势的定义式：$U_A=\int_A^B\vec{E}\cdot d\vec{l}$ 计算某点的电势。

（零电势点的选取方法：电荷有限空间分布，取无穷远处；电荷无限空间分布，取有限空间的任意位置）、

解题步骤：先求出电场强度分布，然后再利用电势的定义式从某点沿合适路径积分到电势零点处。如果该点到电势零点的电场强度分布是分段连续的，则积分区间必须分段选取。

5. 电通量

电通量 $\phi_e = \int_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_s EdS\cos\theta$ （θ 为场强方向与面元 dS 的正法线矢量方向的夹角）

6. 真空中的静电场高斯定理

$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$ （静电场是有源场，利用高斯定理可计算对称性较高的带电体内外的电场强度）

7. 静电场环路定理

$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$（静电场是无旋场，也称静电场是保守场）

8. 电势差、电势能、电场力做功

电势差：$U_{AB} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$

电势能：$W_A = q_0\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$ （设 B 点电势能为零，则此式可求 A 点的电势能）

$A_{AB} = q_0\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = W_A - W_B$

第 11 章 恒定磁场：

毕奥萨伐尔定律的应用、简单形状载流导线磁场 B、对称性磁场 B 分布、磁通量、磁场高斯定理、磁场安培环路定理、洛伦兹力、安培力、磁矩、磁力矩。

1. 毕奥萨伐尔定律的应用、简单形状载流导线磁场 B

毕奥–萨伐尔定律表达式： $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Id\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$

1）有限长载流直导线，垂直距离 r_0 处磁感应强度：$B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

其中 θ_1和θ_2分别是起点及终点的电流方向与到场点连线方向之间的夹角。

2）无限长载流直导线，垂直距离 r_0 处磁感应强度：$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$

3）半无限长载流直导线，过端点垂线上且垂直距离 r_0 处磁感应强度：$B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi r_0}$

4）圆形载流线圈，半径为 R，在圆心 O 处：$B_0 = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$

5）半圆形载流线圈，半径为 R，在圆心 O 处：$B_0 = \dfrac{\mu_0 I}{4R}$

6）圆弧形载流导线，圆心角为 θ(弧度制)，半径为 R，在圆心 O 处：$B_0 = \dfrac{\mu_0 I}{2R}\dfrac{\theta}{2\pi} = \dfrac{\mu_0 I}{2R}\dfrac{l}{2\pi R}$

（θ 用弧度代入）

7）长直螺线管内部：$B=\mu_0 nI$ （n 为单位长度匝数）

2. 对称性磁场 B 分布

用磁场的安培环路定理

（1）先进行电流对称性分析（以轴对称性为多见）；

（2）分析空间被分成几个区域，要做几次闭合回路，磁感应强度就有几个表达式；

（3）写出安培环路定理，求 $\vec{B}$ 的大小，方向与电流成右手螺旋关系。

3. 磁通量

积分四步走：建立坐标系，取面积元，写出元磁通量，积分。

$$\Phi_m=\int_s d\Phi_m=\int_s \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

4. 真空中恒定磁场的高斯定理（恒定磁场是无源场）

表达式： $\phi_m=\oint_s \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$

（因为磁感应线是闭合曲线,从闭合曲面一侧穿入,必从另一侧穿出.）

物理意义：表明稳恒磁场中，通过任意闭合曲面的磁通量（磁感应强度沿任意闭合曲面的面积分）等于 0。

5. 真空中恒定磁场的安培环路定理（恒定磁场是有旋场）

表达式： $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum_i I_i$

物理意义：表明稳恒磁场中，真空中，磁感应强度 B 沿任意闭合路径的线积分，等于该路径内包围的电流代数和的 μ_0 倍，μ_0 称真空磁导率。

6. 洛伦兹力（磁场对运动电荷的作用力）

$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$ 大小：$F=qvB\sin\theta$ ；方向：沿 $\vec{v}\times\vec{B}$ 的方向

7. 安培力

大小：$F=\int_l IdlB\sin\theta$ ；方向：沿 $Id\vec{l}\times\vec{B}$ 的方向，或用**左手定则**判定

磁场对电流元的作用力：$d\vec{F}=Id\vec{l}\times\vec{B}$，则沿曲线流动的稳定电流受到的作用力为各电流元受力之矢量和：$\vec{F}=\int_l d\vec{F}=\int_l Id\vec{l}\times\vec{B}$

积分法五步走：1.建坐标系;2.取电流元 $Id\vec{l}$;3.写 $dF=IdlB\sin\theta$;4.分解;5.积分。

8.磁矩、磁力矩

载流线圈在磁场中所受的磁力矩：

在均匀磁场中，线圈受到磁力矩：$\vec{M}=\vec{P}_m\times\vec{B}$（其中线圈磁矩 $\vec{P}_m=NIS\vec{e}_n$，方向沿线圈平面法向，且与电流成右螺旋关系。）

第 13 章 电磁感应：

法拉第电磁感应定律、楞次定律、感应电流、动生电动势（平动、转动）、感生电动势

1.法拉第电磁感应定律

$\varepsilon_i=-\dfrac{d\phi_m}{dt}$　或：$\varepsilon_i=-\dfrac{d\psi}{dt}$

（Ψ 为全磁通）

2.楞次定律

闭合回路中感应电流的方向，总是使其所激发的磁场阻碍引起感应电流的磁通量的变化的。楞次定律可以确定感应电流方向。

3.感应电流

$$I_i=\frac{\varepsilon_i}{R}=-\frac{1}{R}\frac{d\psi}{dt}$$

4.动生电动势（平动、转动）

动生电动势：$\varepsilon=\int_l(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\int_l(vB\sin\alpha)dl\cos\beta\cdot$

α是$\vec{v}$与$\vec{B}$的夹角;

β是$\vec{v}\times\vec{B}$的方向与$d\vec{l}$方向的夹角.·

注：电动势的方向沿 $\vec{v}\times\vec{B}$ 的方向，从**低电势**指向**高电势**。

5.感生电场和感生电动势

变化磁场在周围空间激发感生电场

感生电动势：$\varepsilon_i=-\dfrac{d\phi_m}{dt}$（感生电场不是保守场，是涡旋电场）

$$\oint_L \vec{E}_{感}\cdot d\vec{l}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

某一段细导线内的感生电动势　$\varepsilon_i=\int_a^b\vec{E}_{感}\cdot d\vec{l}$