# 中山大学本科生期末考试

## 考试科目:《大学物理》(A 卷)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 学年学期: | 2019–2020 学年第 2 学期 | 姓　　名: | ______ |
| 学　院/系: | 物理学院 | 学　　号: | ______ |
| 考试方式: | 闭卷 | 年级专业: | ______ |
| 考试时长: | 120 分钟 | 班　　别: | ______ |

**警示** 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条: "考试作弊者, 不授予学士学位."

以下为试题区域, 共 25 道大题, 总分 100 分, 考生请在答题纸上作答

## 一、选择题 (一共 20 小题，每小题 2 分)

1. (2 分) 一人站在旋转平台的中央，两臂侧平举，整个系统以 $2\pi rad/s$ 的角速度旋转，转动惯量为 $6.0kg.m^2$。如果将双臂收回则系统的转动惯量变为 $2.0\ \mathrm{kg\cdot m^2}$。此时系统的转动动能与原来的转动动能之比 $\frac{E_k}{E_{k0}}$ 为 _D_

   A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

   **解析**　运动员在转动的过程中角动量守恒

$$I_0\omega_0 = I\omega$$

$$\omega = \frac{I_0\omega_0}{I} = \frac{I_0\omega_0}{\frac{1}{3}I_0} = 3\omega_0$$

   根据转动动能公式

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$$

   可知 $\frac{E_k}{E_{k0}} = 3$

2. (2 分) 关于刚体对轴的转动惯量，下列说法中正确的是 _C_

   A. 只取决于刚体的质量，与质量的空间分布和轴的位置无关

   B. 取决于刚体的质量和质量的空间分布，与轴的位置无关

   C. 取决于刚体的质量，质量的空间分布和轴的位置

   D. 只取决于转轴的位置，与刚体的质量和质量的空间分布无关。

**解析** 根据刚体转动惯量的定义

$$\mathrm{d}I = r_{\perp}^2\,\mathrm{d}m$$

$$I = \int r_{\perp}^2\,\mathrm{d}m$$

刚体对轴的转动惯量与刚体的质量、质量的分布以及转轴的位置都有关系。

3. (2 分) 质量为 $m$ 的小孩站在半径为 $R$ 的水平平台边缘上。平台可以绕通过其中心的竖直光滑固定轴自由转动, 转动惯量为 $J$ 。平台和小孩开始时均静止。当小孩突然以相对于地面为 $v$ 的速率在台边缘沿逆时针转向走动时, 则此平台相对地面旋转的角速度和旋转方向分别为 __A__

A. $\omega = \dfrac{mR^2}{J}\left(\dfrac{v}{R}\right)$, 顺时针;　　B. $\omega = \dfrac{mR^2}{J}\left(\dfrac{v}{R}\right)$, 逆时针;

C. $\omega = \dfrac{mR^2}{J+mR^2}\left(\dfrac{v}{R}\right)$, 顺时针;　　D. $\omega = \dfrac{mR^2}{J+mR^2}\left(\dfrac{v}{R}\right)$, 逆时针

**解析** 以小孩和平台为研究对象, 在小孩在平台上走动的过程中, 系统受到转轴施加的作用力, 因此系统的动量不守恒, 但这个作用力通过转轴, 对转轴的力矩为零, 所以系统对转轴的角动量守恒, 所以小孩逆时针走动时, 平台必定顺时针转动。假定平台转动的角速度为 $\omega$, 则有

$$0 = mvR + J\omega$$

$$\omega = \frac{mvR}{J} = \frac{mR^2}{J}\left(\frac{v}{R}\right)$$

4. (2 分) 如图1所示, 一静止的均匀细棒, 长为 $L$ 、质量为 $M$, 可绕通过棒的端点且垂直于棒长的光滑固定轴 $O$ 在水平面内转动, 转动惯量为 $\frac{1}{3}ML^2$ 。一质量为 $m$ 、速率为 $v$ 的子弹在水平面内沿与棒垂直的方向射出并穿出棒的自由端, 设穿过棒后子弹的速率为 $\frac{1}{2}v$, 则此时棒的角速度应为 __B__

A. $\dfrac{mv}{ML}$　　B. $\dfrac{3mv}{2ML}$　　C. $\dfrac{5mv}{3ML}$　　D. $\dfrac{7mv}{4ML}$

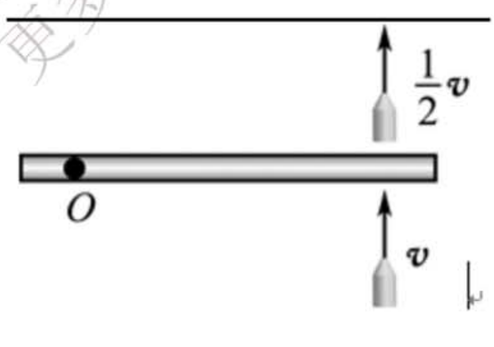


图 1　第 4 题

**解析** 以子弹和细棒为研究对象，在子弹穿棒的过程中，系统受到转轴施加的不可忽略的作用力，因此系统的动量不守恒，但这个作用力通过转轴，对转轴的力矩为零，所以系统对转轴的角动量守恒，所以有

$$mvL = \frac{1}{3}ML^2\omega + \frac{1}{2}mvL$$

$$\omega = \frac{3mv}{2ML}$$

5. (2 分) 空气流经图2所示的管道系统中, 假设空气可被看作理想流体, 则以下关于各段管道中压强和流速的判断中哪个是正确的 C

A. $p_4 < p_3; v_1 > v_3$;

B. $p_3 > p_1; v_2 > v_3$;

C. $p_4 > p_1; \quad v_4 < v_1$;

D. $p_2 > p_3; \quad v_2 < v_4$;

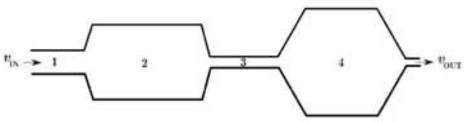


图 2　第五题

**解析**　面积越小，流速越快，压强越小

6. (2 分) 把单摆摆球从平衡位置向位移正方向拉开，使摆线与竖直方向成一微小角度 θ，然后由静止放手任其振动，从放手时开始计时。若用余弦函数表示其运动方程，则该单摆振动的初相为 C

A. $\pi$　　B. $\pi/2$　　C. 0　　D. $\theta$

**解析**　用余弦函数表示的简谐振动的表达式一般可以写成

$$x = A\cos\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

一般地, 对于单摆, 离开平衡位置的位移 $x$ 就是摆线与竖直方向的夹角 $\theta$, 而振幅 $A$ 就是摆线与竖直方向的最大夹角 $\theta_0$, 即单摆的一般表达式可以写成

$$\theta = \theta_0\cos\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

依题意, 当 $t = 0$ 时, $\theta = \theta_0$【这里的 $\theta_0$ 就是题目中给出的 $\theta$】, 所以通常在 0 到 $2\pi$ 之间取值的初相 $\varphi_0 = 0$。【一般地, 初相的取值范围还可能在 $-\pi$ 到 $\pi$ 之间】

7. (2 分) 一弹簧振子作简谐振动, 当位移为振幅的一半时, 其动能为总能量的 D

A. 1/4　　B. 1/2　　C. $1/\sqrt{2}$　　D. 3/4

**解析**　以弹簧振子为例。弹簧振子所做简谐振动的表达式为

$$x = A\cos\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

所以振动过程中振子的运动速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -A\omega\sin\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

所以振子的动能为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

而系统的弹性势能为

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

考虑到 $\omega^2 = k/m$, 所以系统的总能量为

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2\left(\omega t + \varphi_0\right) + \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\omega t + \varphi_0\right) = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

所以, 当位移为振幅的一半时, 即

$$x = \frac{1}{2}A$$

$$\cos\left(\omega t + \varphi_0\right) = \frac{1}{2}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2\left(\omega t + \varphi_0\right) = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}E$$

8. (2 分) 一个弹簧振子和一个单摆 (只考虑小幅度摆动), 在地面上的固有振动周期分别为 $T_1$ 和 $T_2$。将它们拿到月球上去, 相应的周期分别为 $T_1'$ 和 $T_2'$。则有 D

A. $T_1' > T_1$ 且 $T_2' > T_2$;
B. $T_1' < T_1$ 且 $T_2' < T_2$;
C. $T_1' = T_1$ 且 $T_2' = T_2$;
D. $T_1' = T_1$ 且 $T_2' > T_2$;

**解析** 弹簧振子的周期为

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

小角度单摆的周期为

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

地面与月球的区别在于重力加速度 $g$ 的取值不同, 月球表面的重力加速度 $g'$ 小于地球表面的重力加速度 $g$, 所以有

$$T_1' = T_1, T_2' > T_2$$



9. (2 分) 一机车汽笛频率为 750 Hz, 机车以时速 90 公里远离静止的观察者. 观察者听到的声音的频率是 (设空气中声速为 340 m/s). B

A. 810 Hz　　B. 699 Hz　　C. 805 Hz　　D. 695 Hz

**解析** 接收器探测到的频率为

$$\nu' = \frac{\upsilon'}{\lambda'} = \frac{\upsilon \pm \upsilon_R}{\lambda \pm \upsilon_S T} = \frac{\upsilon \pm \upsilon_R}{\upsilon \pm \upsilon_S}\nu_0$$

当波源向着观察者以 $\upsilon_S$ 运动时, $\lambda' = \lambda - \upsilon_S T = \left(\upsilon - \upsilon_S\right)/\nu_0$;
当波源背离观察者以 $\upsilon_S$ 运动时, $\lambda' = \lambda + \upsilon_S T = \left(\upsilon + \upsilon_S\right)/\nu_0$;
当观察者向着波源以 $\upsilon_R$ 运动时, $\upsilon' = \upsilon + \upsilon_R$;
当观察者背离波源以 $\upsilon_R$ 运动时, $\upsilon' = \upsilon - \upsilon_R$。

依题意, $\nu_0 = 750\ \mathrm{Hz}, \upsilon_R = 0, \upsilon_S = 90\ \mathrm{km/h} = 25\ \mathrm{m/s}, \upsilon = 340\ \mathrm{m/s}$, 所以, 观察者听到的频率为

$$\nu' = \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_S}\nu_0 = \frac{340}{340 + 25} \times 750 \approx 699\ \mathrm{Hz}$$

10. (2 分) 温度、压强相同的氦气和氧气，它们分子的平均动能 $\bar{\varepsilon}$ 和平均平动动能 $\bar{w}$ 有如下关系：__C__

A. $\bar{\varepsilon}$ 和 $\bar{w}$ 都相等; B. $\bar{\varepsilon}$ 相等，而 $\bar{w}$ 不相等;

C. $\bar{w}$ 相等，而 $\bar{\varepsilon}$ 不相等; D. $\bar{\varepsilon}$ 和 $\bar{w}$ 都不相等

**解析** 氦气是单原子分子, 自由度为 3 , 氧气是双原子分子, 自由度为 5 。但不管是什么分子, 平动自由度均为 3 , 根据能量均分定理, 分子的平均平动动能

$$\bar{w} = \frac{3}{2}kT$$

而动能包括平动动能、转动动能和振动动能, 单原子分子只有平动动能, 双原子分子除了 3 个平动自由度之外, 还有 2 个转动自由度, 所以

$$\bar{\varepsilon}_{\mathrm{He}} = \frac{3}{2}kT$$
$$\bar{\varepsilon}_{\mathrm{O_2}} = \frac{5}{2}kT$$

11. (2 分) 两瓶不同种类的理想气体 (一瓶氢气, 一瓶氧气), 它们的温度和压强都相同, 但体积不同, 则单位体积内的气体分子数 $n$, 单位体积内的气体分子的总平动动能 $(E_K/V)$, 单位体积内的气体质量 $\rho$, 分别有如下关系：__C__

A. $n$ 不同, $(E_K/V)$ 不同, $\rho$ 不同; B. $n$ 不同，$(E_K/V)$ 不同, $\rho$ 相同

C. $n$ 相同, $(E_K/V)$ 相同, $\rho$ 不同 D. $n$ 相同，$(E_K/V)$ 相同, $\rho$ 相同

**解析** 由理想气体物态方程

$$pV = \frac{N}{N_A}RT = \frac{m}{M}RT$$

可得

$$n = \frac{N}{V} = \frac{pN_A}{RT}$$
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}$$

所以, 温度 $T$ 相同, 压强 $p$ 相同, 单位体积内的气体分子数 $n$ 相同; 但不同类型的气体的摩尔质量 $M$ 不同, 所以单位体积内的气体质量 $\rho$ 不同。另, 温度 $T$ 相同, 压强 $p$ 相同, 但体积 $V$ 不同, 则必然摩尔数不同, 但单位体积内的分子数相同。根据能量均分定理, 任何类型气体分子的平动自由度均为 3 , 因此每个气体分子的平均平动动能相同, 但摩尔数不同, 所以分子总数不同, 所以总的平动动能不同, 但单位体积内的平动动能相同。

12. (2 分) 设图3示的两条曲线分别表示在相同温度下氧气和氢气分子的速率分布曲线;令 $(\upsilon_p)_{O_2}$ 和 $(\upsilon_p)_{H_2}$ 分别表示氧气和氢气的最概然速率, 则: B

A. 图中 a 表示氧气分子的速率分布曲线; $(\upsilon_p)_{O_2}/(\upsilon_p)_{H_2} = 4$

B. 图中 a 表示氧气分子的速率分布曲线: $(\upsilon_p)_{O_2}/(\upsilon_p)_{H_2} = 1/4$

C. 图中 b 表示氧气分子的速率分布曲线; $(\upsilon_p)_{O_2}/(\upsilon_p)_{H_2} = 1/4$

D. 图中 b 表示氧气分子的速率分布曲线; $(\upsilon_p)_{O_2}/(\upsilon_p)_{H_2} = 4$

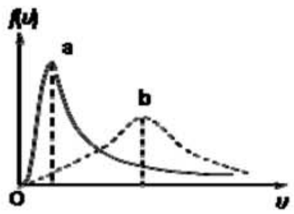


图 3 第 12 题

**解析** 根据最概然速率的表达式

$$\upsilon_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

所以温度相同时, 最概然速率与摩尔质量的根号成反比

$$\frac{(\upsilon_p)_{O_2}}{(\upsilon_p)_{H_2}} = \sqrt{\frac{M_{H_2}}{M_{O_2}}} = \sqrt{\frac{2}{32}} = \frac{1}{4}$$

13. (2 分) 在温度分别为 327℃ 和 27℃ 的高温热源和低温热源之间工作的热机, 理论上的最大效率为 B

A. 25% B. 50% C. 75% D. 91.74%

**解析** 工作在高温热源 $T_1$ 和低温热源 $T_2$ 之间的卡诺热机, 在一个循环过程中从高温热源处吸收了热量 $Q_1$, 释放了 $Q_2$ 热量到低温热源处, 对外做了功 $W$, 该热机的效率为

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

以上温度使用的是热力学温标, 所以 $T_1 = 327 + 273 = 600$ K, $T_2 = 27 + 273 = 300$ K, 而根据卡诺定理, 所有热机中卡诺热机的效率最高, 所以理论上的最大效率为

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300}{600} = 0.5 = 50\%$$

14. (2 分) 有人设计一台卡诺热机 (可逆的)。每循环一次可从 400 K 的高温热源吸热 1800 J, 向 300 K 的低温热源放热 800J, 同时对外作功 1000J, 这样的设计是 D

A. 可以的, 符合热力学第一定律;

B. 可以的, 符合热力学第二定律;

C. 不行的, 卡诺循环所作的功不能大于向低温热源放出的热量;

D. 不行的, 这个热机的效率超过理论值.

**解析** 工作在高温热源 $T_1$ 和低温热源 $T_2$ 之间的卡诺热机, 在一个循环过程中从高温热源处吸收了热量 $Q_1$, 释放了 $Q_2$ 热量到低温热源处, 对外做了功 $W$, 该热机的效率为

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

依题意, $Q_1 = 1800\ \mathrm{J}, Q_2 = 800\ \mathrm{J}, W = 1000\mathrm{J}, T_1 = 400\ \mathrm{K}, T_2 = 300\ \mathrm{K}$, 所以热机效率的理论值为

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300}{400} = \frac{1}{4}$$

而设计的热机效率为

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{1000}{1800} = \frac{5}{9} > \frac{1}{4}$$

$W = Q_1 - Q_2$, 不违反热力学第一定律, 但设计的效率超过理论值, 所以是不可行的。

15. (2 分) 1mol 理想气体经过一等压过程, 温度变为原来的两倍, 设该气体的定压摩尔热容为 $C_p$, 则此过程中气体熵的增量为: _D_

A. $C_p/2$;　　B. $2C_p$;　　C. $C_p \ln 0.5$;　　D. $C_p \ln 2$。

**解析** 略

16. (2 分) 一质点作简谐振动。其运动速度与时间的曲线如图4所示。若质点的位移振动规律 $x(t)$ 用余弦函数描述, 则其初相应为 _C_

A. $\pi/6$;　　B. $5\pi/6$;　　C. $-5\pi/6$;　　D. $-\pi/6$

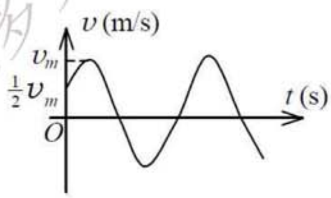


图 4　第 16 题

**解析** 用余弦函数表示的简谐振动的表达式一般可以写成

$$x = A\cos\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

所以质点运动的速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -A\omega\sin\left(\omega t + \varphi_0\right) = -v_m\sin\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

质点运动的加速度为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-A\omega^2\cos\left(\omega t+\varphi_0\right)=-a_m\cos\left(\omega t+\varphi_0\right)$$

由图可以看出, 当 $t=0$ 时, $v=0.5v_m, a>0$, 即

$$v=-v_m\sin\varphi_0=0.5v_m$$

$$\sin\varphi_0=-0.5$$

$$\varphi_{01}=2n\pi-\frac{\pi}{6},\varphi_{02}=(2n+1)\pi+\frac{\pi}{6},n=0,\pm1,\pm2,\cdots$$

$$a=-a_m\cos\varphi_0>0$$

$$\cos\varphi_0<0$$

$$\varphi_0=\varphi_{02}=(2n+1)\pi+\frac{\pi}{6},n=0,\pm1,\pm2,\cdots$$

而一般初位相取值在 $0\to2\pi$ 或 $-\pi\to\pi$, 所以上式中可以取 $n=-1$ 或 $n=0$, 得

$$\varphi_0=-\pi+\frac{\pi}{6}=-\frac{5\pi}{6}$$

$$\varphi_0=\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6}$$

所以答案为题目中给出的选项 (C) 。

17. (2 分) 三个容器 $A$、$B$、$C$ 中装有同种理想气体, 其分子数密度 $n$ 相同, 而方均根速率之比为 $\sqrt{\overline{v_A^2}}:\sqrt{\overline{v_B^2}}:\sqrt{\overline{v_C^2}}=1:2:4$, 则其压强之比 $P_A:P_B:P_C$ 为 <u>C</u>

A. 1 : 2 : 4; B. 1:4:8; C. 1 : 4 : 16; D. 4 : 2 : 1 。

**解析** 由分子的方均根速率 $\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$, 因此对于同种理想气体而言, 有 $\sqrt{\overline{v_A^2}}:\sqrt{\overline{v_B^2}}:\sqrt{\overline{v_C^2}}=\sqrt{T_1}:\sqrt{T_2}:\sqrt{T_3}$, 理想气体物态方程 $p=nkT$ 联立可求得 $p_1:p_2:p_3=T_1:T_2:T_3=1:4:16$, 答案为. C

18. (2 分) 一定量的理想气体贮于某一容器中, 温度为 $T$, 气体分子的质量为 $m$ 。根据理想气体分子模型和统计假设, 分子速度在 $x$ 方向的分量的平均值 <u>D</u>

A. $\overline{v_x}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ B. $\overline{v_x}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{8kT}{\pi n}}$ C. $\overline{v_x}=\sqrt{\frac{8kT}{3\pi n}}$ D. $\overline{v_x}=0$

**解析** 根据理想气体的分子模型和统计假设, 分子的运动方向是各向同性的, 即沿任意方向运动的概率是相同的, 分子速度在各个方向上的分量的各种统计平均值相等

$$\overline{v_x}=\overline{v_y}=\overline{v_z}=0$$

19. (2 分) 某理想气体状态变化时, 内能 $E$ 随体积的变化关系如图5中 $AB$ 直线所示。$A\to B$ 表示的过程是 <u>A</u>

A. 等压过程; B. 等体过程; C. 等温过程; D. 绝热过程

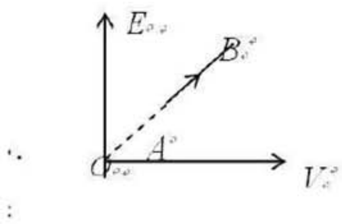


图 5　第 19 题

**解析**　理想气体的内能只与温度有关, 而且是成正比

$$E = \frac{i}{2}RT$$

所以, 由图中可见, 内能与体积与正比, 也就是温度与体积成正比, 由理想气体的物态方程

$$pV = nRT$$

可得

$$\frac{T}{V} = \frac{p}{nR}$$

所以过程是等压过程。

20. (2 分) 理想气体向真空作绝热膨胀 __A__

A. 膨胀后, 温度不变, 压强减小.　　B. 膨胀后, 温度降低, 压强减小.

C. 膨胀后, 温度升高, 压强减小.　　D. 膨胀后, 温度不变, 压强不变.

**解析**　容器绝热, 所以过程气体不吸热; 自由膨胀, 过程气体不做功; 根据热力学第一定律, 气体内能不变。而理想气体的内能仅仅与温度有关, 内能不变, 温度不变。根据玻意耳定律, 体积增大, 压强减小



## 二、计算题 (共 5 小题, 共 60 分, 每题 12 分)

1. 如图6,$A$、$B$、$C$ 为质量都是 $M$ 的三个物体, $B$、$C$ 放在光滑水平桌面上, 两者间连有一段长为 0.4$m$ 的细绳, 原先松放着。$B$、$C$ 靠在一起, $B$ 的另一侧用一跨过桌边定滑轮的细绳与 $A$ 相连 (如图)。滑轮和绳子的质量及轮轴上的摩擦不计, 绳子不可伸长。(取 $g = 10m/s^2$) 问:

(1) $A$、$B$ 起动后, 经多长时间 $C$ 也开始运动?

(2) $C$ 开始运动时速度的大小是多少?

(1) **解析**　设 $A, B$ 间绳中张力为 $T$,

对 $A$, $M_A g - T = M_A a$,

对 $B$, $T = M_a a$,

又 $M_A = M_B = M$, 解得 $a = \frac{1}{2}g$.

设 $B, C$ 之间绳长为 $l$, 在时间 $t$ 内 $B$ 物体做匀加速运动, 有

$l = \frac{1}{2}at^2 = \frac{gt^2}{4}, l = \sqrt{\frac{4l}{g}} = 0.4$ s.

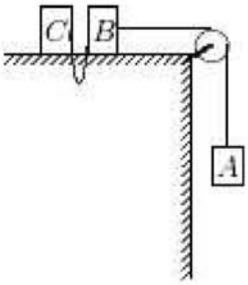


图 6 第 21 题

(2) **解析** B 和 C 之间绳子刚拉紧之前,A 和 B 所达到的速度

$v = at = \frac{1}{2}gt = \frac{1}{2} \times 10\ \mathrm{m/s^2} \times 0.4\ \mathrm{s} = 2.0\ \mathrm{m/s}$.

$B, C$ 间拉紧后,$C$ 开始运动,$A, B, C$ 三者的速度大小均变为 $V$ . 设三者速度变化化过程中 $T_{AB}$ 为 $AB$ 间绳中平均张力,$T_{BC}$ 为 BC 间绳中平均张力,$\tau$ 为过程时间,由动量定理得:

对 $A, M_AV - M_Av = -T_{AB} \times \tau \left(M_Ag \ll T_{AB}\right)$,

对 $B, M_BV - M_Bv = T_{AB} \times \tau - T_{BC} \times \tau$

对 $C. M_CV - 0 = T_{BC} \cdot \tau$,

联立得到 $V = \frac{\left(M_A + M_n\right) v}{M_A + M_B + M_C} = \frac{2}{3}v = 1.33\ \mathrm{m/s}$

2. 如图7, 一轴承光滑的定滑轮, 质量为 $M = 2.00\ \mathrm{kg}$, 半径为 $R = 0.100\ \mathrm{m}$, 一根不能伸长的轻绳, 一端固定在定滑轮上, 另一端系有一质量为 $m = 5.00\ \mathrm{kg}$ 的物体。已知定滑轮的转动惯量为 $J = \frac{1}{2}MR^2$, 其初始角速度 $\omega_0 = 10.0\mathrm{rad/s}$, 方向垂直纸面向里, 求:

(1) 定滑轮的角加速度的大小和方向;

(2) 定滑轮的角速度变化到 $\omega = 0$ 时, 物体上升的高度;

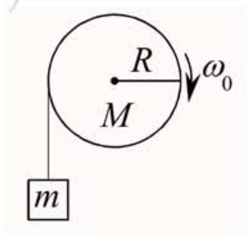


图 7 第 22 题

分别对物体和滑轮进行受力分析, 如下图8。

物体共受到两个力的作用: 竖直向下的重力 $mg$, 竖直向上的绳子的拉力 $T$, 在这两个力作用下, 物体具有向下的加速度 $a$; 滑轮则受到三个力的作用: 竖直向下的重力 $Mg$, 竖直向下的绳子的拉力 $T$, 竖直向上的轴承的支持力 $N$, 其中 $Mg$ 和 $N$ 都通过转轴, 所以对转轴没有力矩, 只有绳子的拉力对转轴有力矩, 在这个力矩作用下, 滑

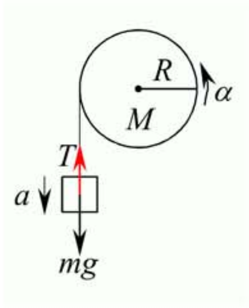


图 8　第 22 图一

轮具有逆时针的角加速度 $\alpha$。因此, 根据牛顿第二定律和定轴转动的角动量定理, 有

$$mg - T = ma$$

$$TR = J\alpha$$

由于绳子不可伸长, 所以物体的加速度和滑轮的角加速度之间存在关系

$$a = R\alpha$$

联立以上三式，可以解得

$$T = mg - ma = mg - mR\alpha$$

$$(mg - mR\alpha)R = J\alpha = mgR - mR^2\alpha$$

$$\alpha = \frac{mgR}{J + mR^2} = \frac{mgR}{\frac{1}{2}MR^2 + mR^2} = \frac{2mg}{(M + 2m)R} = \frac{2 \times 5 \times 9.8}{(2 + 2 \times 5) \times 0.1} \approx 81.7\mathrm{rad/s^2}$$

方向垂直纸面向外

所以滑轮做的是角加速度恒定的匀变速转动 (因为角加速度的方向与初始角速度的方向相反, 所以滑轮刚开始做匀减速转动, 到静止之后开始做匀加速转动), 物体做的是匀变速直线运动 (物体其实做的是坚直上抛运动, 只是加速度的大小不是重力加速度而已)。以顺时针方向为转动的正方向, 则竖直向上为物体移动的正方向, 依题意, 滑轮的初角速度为 $\omega_0$, 则物体的初速度为 $v_0 = R\omega_0$, 所以任意时刻, 滑轮的角速度为

$$\omega = \omega_0 - \alpha t$$

物体的速度为

$$v = v_0 - at = R\omega_0 - R\alpha t = R\omega$$

所以滑轮的角位移为

$$\Delta\theta = \omega_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2(-\alpha)}$$

物体的位移为

$$\Delta x = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 = R\Delta\theta = \frac{v^2 - v_0^2}{2(-a)}$$

所以, 当 $\omega = 0$ 时,

$$\Delta\theta = \frac{0-10^2}{2\times(-81.7)} \approx 0.612\text{rad}$$

$$\Delta x = R\Delta\theta = 0.1\times 0.612 = 0.0612\ \text{m}$$

3. 如图9表示一氮气循环过程，求

(1) 一次循环过程气体对外做的功 $A$;

(2) 此循环的效率 $\eta$

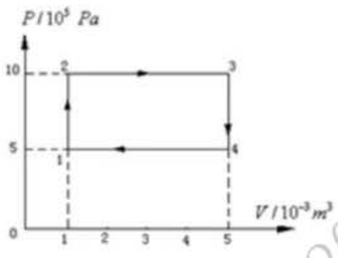


图 9　第 23 题

(1) **解析**　一次循环过程气体对外作功的大小为闭合曲线所包围的面积, 由图知, 其包围的面积为

$$S = (p_2 - p_1)(V_4 - V_1)$$
$$= (10-5)\times(5-1)\times 10^5\times 10^{-3} = 2.0\times 10^3(\text{ J})$$

该循环对外作功为正，所以 $A = 2.0\times 10^3(J)$

(2) **解析**　该循环过程中, 从 $\mathbf{2\to 3, 1\to 2}$ 为吸收热量过程

其中 $2\to 3$ 为等压过程, 吸收热量为

$$Q_1 = \upsilon C_p(T_3 - T_2) = \upsilon\frac{7}{2}R\left(\frac{p_3V_3}{\upsilon R} - \frac{p_2V_2}{\upsilon R}\right) = \frac{7}{2}(p_3V_3 - p_2V_2)$$
$$= \frac{7}{2}(10\times 5 - 10\times 1)\times 10^5\times 10^{-3} = 1.4\times 10^4(\text{ J})$$

$1\to 2$ 为等容过程, 吸收热量为

$$Q_1 = \upsilon C_V(T_2 - T_1) = V\frac{5}{2}R\left(\frac{p_2V_{23}}{\upsilon R} - \frac{p_1V_1}{\upsilon R}\right) = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$$
$$= \frac{5}{2}(10\times 1 - 5\times 1)\times 10^5\times 10^{-3} = 1.25\times 10^3(\text{ J})$$

因此吸收的总热量为 $Q = Q_1 + Q_2 = 1.525\times 10^4(\text{ J})$

该循环的效率为 $\eta = \dfrac{A}{Q} = \dfrac{2.0\times 10^3}{1.525\times 10^4} = 13.1\%$

4. 已知波长为 $\lambda$ 的平面简谐波沿 $x$ 轴负方向传播, $x = \dfrac{\lambda}{4}$ 处质点的振动方程为 $y = A\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot ut$ (SI),

(1) 写出该平面简谐波的表达式;

(2) 画出 $t=T$ 时刻的波形图。

(1) **解析**　如图 10 所示, 取波线上任一点 $P$, 其坐标设为 $x$, 由波的传播特性, $P$ 点的振动落后于 $\lambda/4$ 处质点的振动。

该波的表达式为

$$
\begin{aligned}
y &= A\cos\left[\frac{2\pi ut}{\lambda}-\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{4}-x\right)\right] \\
&= A\cos\left(\frac{2\pi ut}{\lambda}-\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\text{(SI)}
\end{aligned}
$$

(2) **解析**　$t=T$ 时的波形和 $t=0$ 时的波形一样, $t=0$ 时,

$$y=A\cos\left(-\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi}{\lambda}x\right)=A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{\pi}{2}\right)$$

按上述方程画的波形图见图11。

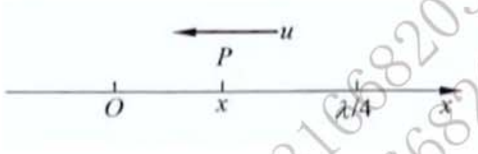


图 10　第 24-1 题

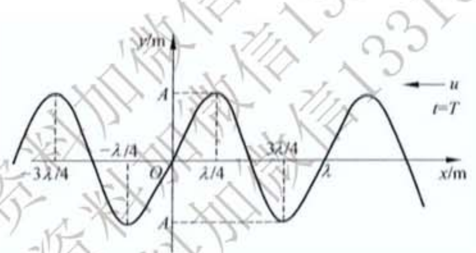


图 11　第 24-2 题



5. 假设有一种气体构成它的粒子服从以下速率分布率

$$
f(v)=\begin{cases}\frac{1}{3}Av\left(v_0-v\right), & \left(0<v<v_0\right)\\ 0, & \left(v\geq v_0\right)\end{cases}
$$

式中 $A$ 为常量。

(1) 试用 $v_0$ 定出 $A$ 的表达式;

(2) 求算术平均速率 $\bar{v}$.

(1) **解析**

$$
\begin{aligned}
\int_0^{v_0}\frac{1}{3}Av\left(v_0-v\right)\mathrm{d}v &= \frac{1}{3}A\int_0^{v_0}v\left(v_0-v\right)\mathrm{d}v \\
&= \frac{1}{3}A\left(\frac{v_0}{2}v^2\Big|_0^{v_0}-\frac{v^2}{3}\Big|_0^{v_0}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{3}A\left(\frac{v_0^3}{2} - \frac{v_0^3}{3}\right) \\
&= \frac{1}{3}A\frac{v_0^3}{6} = 1 \Rightarrow A = \frac{18}{v_0^3}
\end{aligned}
$$

(2) **解析**

$$
\begin{aligned}
\bar{v} &= \int_0^{\infty} v f(v) \mathrm{d}v \\
&= \int_0^{v_0} \frac{6}{v_0^3} v^2 \left(v_0 - v\right) \mathrm{d}v \\
&= \int_0^{v_0} \frac{6v^2}{v_0^2} - \frac{6v^3}{v_0^3} \mathrm{d}v \\
&= \left.\frac{2v^3}{v_0^2}\right|_0^{v_0} - \left.\frac{\frac{3}{2}v^4}{V_0^3}\right|_0^{V_0} \\
&= 2v_0 - \frac{3}{2}v_0 \\
&= \frac{v_0}{2}
\end{aligned}
$$