中山大学本科生期末考试

考试科目:《大学物理》(A 卷)

学年学期:	2017–2018 学年第 1 学期	姓　　名:	________
学　院/系:	物理学院	学　　号:	________
考试方式:	闭卷	年级专业:	________
考试时长:	120 分钟	班　　别:	________

警示　《中山大学授予学士学位工作细则》第八条:"考试作弊者,不授予学士学位."

以下为试题区域, 共 25 道大题, 总分 100 分, 考生请在答题纸上作答

一、选择题 (一共 15 小题, 每题 3 分)

1. (3 分) 质点沿 x 轴的运动规律为 $x = t^2 - 4t + 5$, 则在 $0 \sim 3$ s 内, 它的 __D__

A. 路程和位移都是 3 m　　B. 路程和位移都是 −3 m

C. 路程是 3 m, 位移是 −3 m　　D. 路程是 5 m, 位移是 −3 m

解析

$$x(0) = 5, x(2) = 1, x(3) = 2$$

质点在 $0 \sim 2$ s 向 x 轴负方向运动, 然后在 $2 \sim 3$ s 向 x 轴正方向运动

所以路程是 5 m, 位移是 −3 m

2. (3 分) 图1所示为一固定的四分之一光滑圆弧面上的质点, 从顶点 P 自静止开始下滑直到下端点 Q, 对尚末离开 Q 之前的全过程, 则 __A__

A. 质点切向加速度一直减小

B. 质点切向加速度一直增大

C. 圆弧面对质点的支持力先增大, 后减小, 再增大

D. 质点法向加速度先减小, 后增大, 再减小

解析　设 θ 为质点速度方向与水平面的夹角, 质点下滑的过程中 θ 一直在减少

切向加速度为 $g\sin\theta$, 故质点切向加速度一直减小,

下滑的过程中速度增大, 故法向加速度 $\frac{v^2}{R}$ 一直增大

对质点法向, 有牛顿第二定律

$$N - mg\cos\theta = \frac{v^2}{R}$$

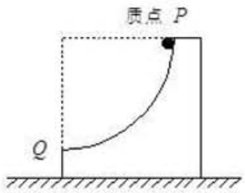


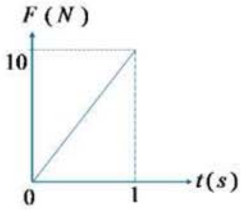
图 1　第二题

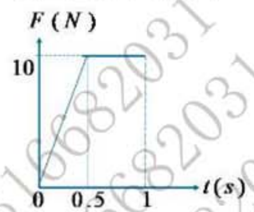
解得

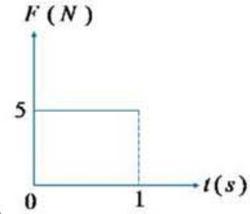
$$N = mg\cos\theta + \frac{v^2}{R}$$

支持力 N 一直增大

3. (3 分) 如图2所示, 一质量为 m 的物体静止在光滑水平面上, 在以下表示的作用力下推动物体运动, 则 1 秒末物体加速度最小的对应的受力是 __D__

A. 

B. 

C. 

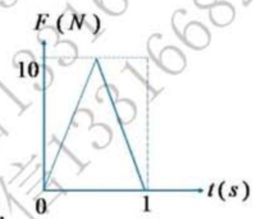
D. 

图 2　第三题

解析　只用研究 $t=0$ 时刻的力大小显然选 D

4. (3 分) 如图3所示, 一质量为 m 的小球在光滑的水平桌面上做半径为 r 的转动, 小球通过桌子上的一个孔用绳子连在一个质量为 M 的物体上, 如果物体要保持静止, 则小球的速度大小为 __B__

A. $\sqrt{\frac{Mgr^2}{m}}$　　B. $\sqrt{\frac{Mgr}{m}}$　　C. $\sqrt{gr}$　　D. $\sqrt{\frac{Mg}{mr}}$

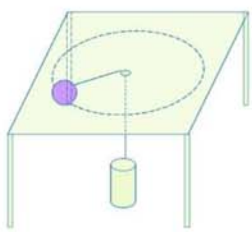


图 3　第四题

解析

$$Mg = m\frac{v^2}{r}$$

解得

$$v = \sqrt{\frac{Mgr}{m}}$$

5. (3 分) 作匀速圆周运动的物体运动一周后回到原处，这一周期内物体 <u>C</u>

A. 动量守恒, 合外力的冲量为零

B. 动量不守恒, 合外力的冲量不为零

C. 动量变化为零, 合外力的冲量为零

D. 动量变化为零, 合外力的冲量不为零

解析　略

6. (3 分) 若两球沿一直线作对心正撞, 碰后两球都静止不动, 则 <u>C</u>

A. 两球质量相同　　B. 两球动能相等

C. 两球动量大小相等　　D. 两球速度大小相等

解析　解析略

7. (3 分) 如图4一劲度系数为 k 的轻弹簧水平放置, 其一端固定, 另一端与一滑块 A 相连, A 旁又有一质量相同的滑块 B, 且两滑块与桌面间无摩擦, 如图所示。若用外力将 A、B 、起推压使弹簧压缩量为 d 而停止, 然后撤消外力, 则 B 离开时的动能为 <u>B</u>

A. 0　　B. $\frac{1}{4}kd^2$　　C. $\frac{1}{2}kd^2$　　D. kd^2

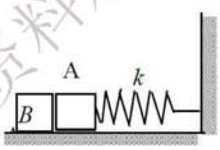


图 4　第七题

解析　根据分离的临界条件，A, B 滑块之间的支持力为零，加速度和速度相等

故分离的时候 A, B 所受合外力为零，弹簧恢复了原长

由机械能守恒

$$\frac{1}{2}kd^2 = 2E_k$$

所以

$$E_k = \frac{1}{4}kd^2$$

8. (3 分) 如图5所示, 一水平刚性轻杆, 质量不计, 杆长 $l = 20$ cm, 其上穿有一个小球。初始时, 小球放置于距轻杆中心 O 的距离 $d = 5$ cm 处, 并与 O 点用细线拉紧。现在

让轻杆绕通过 O 的坚直固定轴以转速 ω_0 作匀速转动, 再烧断细线, 其后小球向杆的端点滑动。若转轴摩擦不计, 当小球滑至杆的端点时, 杆的角速度为 <u>D</u>

A. $2\omega_0$　　B. ω_0　　C. $\frac{1}{2}\omega_0$　　D. $\frac{1}{4}\omega_0$

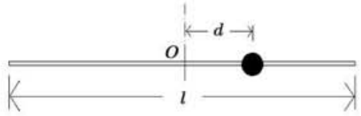


图 5　第八题

解析　球与杆的摩擦力经过 O , 故对 O 没有力矩贡献, 角动量守恒

$$md^2\omega_0 = m\left(\frac{l}{2}\right)^2\omega$$

解得 $\omega = \frac{1}{4}\omega_0$

9. (3 分) 一质量为 m 、半径为 R 的均匀圆柱开始时以角速度 ω_0 绕其对称轴旋转, 现将其轻轻放在倾角为 θ 的面上 A 点释放, 如图6所示。圆柱与斜面之间的滑动摩擦系数为 $\mu(\mu > \tan\theta)$, 在圆柱沿斜面上升到最高点后下滚至 A 点时, 其角速度的大小为 ω, 则有 <u>A</u>

A. $\omega_0 > \omega$　　B. $\omega_0 = \omega$

C. $\omega_0 < \omega$　　D. 条件不足, 无法判定

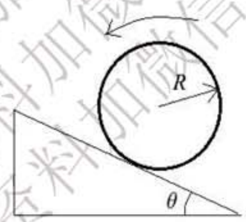


图 6　第九题

解析　第一阶段, 一开始受到向上的动摩擦力, 质心平动速度 v_c 增加, 转动角速度 ω 减小

第二阶段, 当满足 $\omega r = v_c$ 时, 进入纯滚向上阶段, 受向上的静摩擦力, 使得 v_c, ω 均减少到零, 并且保持 $\omega r = v_c$

第三阶段接着反向向纯滚动回到释放点, 保持 $\omega r = v_c$ 。

对全过程使用能量守恒, 一开始释放的时候圆柱只有转动动能, 上升的第一阶段摩擦产热, 最后回到释放点既有转动动能又有平动动能

故 $\omega_0 > \omega$

10. (3 分) 一质点作简谐运动, 其运动速度与时间的曲线如图7所示。若质点的加速度用余弦函数表示, 则其初相应为 <u>C</u>

A. $\pi/6$　　B. $5\pi/6$　　C. $-5\pi/6$　　D. $-\pi/6$

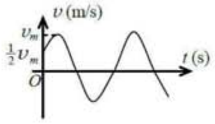


图 7　第十题

解析　用余弦函数表示的简谐振动的表达式一般可以写成

$$x = A\cos\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

所以质点运动的速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -A\omega\sin\left(\omega t + \varphi_0\right) = -v_m\sin\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

质点运动的加速度为

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -A\omega^2\cos\left(\omega t + \varphi_0\right) = -a_m\cos\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

由图可以看出, 当 $t = 0$ 时, $v = 0.5v_m, a > 0$, 即

$$v = -v_m\sin\varphi_0 = 0.5v_m$$

$$\sin\varphi_0 = -0.5$$

$$\varphi_{01} = 2n\pi - \frac{\pi}{6}, \varphi_{02} = (2n+1)\pi + \frac{\pi}{6}, n = 0, \pm1, \pm2, \cdots$$

$$a = -a_m\cos\varphi_0 > 0$$

$$\cos\varphi_0 < 0$$

$$\varphi_0 = \varphi_{02} = (2n+1)\pi + \frac{\pi}{6}, n = 0, \pm1, \pm2, \cdots$$

而一般初位相取值在 $0 \to 2\pi$ 或 $-\pi \to \pi$, 所以上式中可以取 $n = -1$ 或 $n = 0$, 得

$$\varphi_0 = -\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6}$$

$$\varphi_0 = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

所以答案为题目中给出的选项 (C) 。

11. (3 分) 某简谐振动的振动曲线如图8所示, 位移单位为厘米, 时间单位为秒。则此简谐振动振动方程为 _A_

A. $x = 2\cos\left(\frac{2}{3}\pi t + \frac{2}{3}\pi\right)$　　B. $x = 2\cos\left(\frac{2}{3}\pi t - \frac{2}{3}\pi\right)$

C. $x = 2\cos\left(\frac{4}{3}\pi t + \frac{2}{3}\pi\right)$　　D. $x = 2\cos\left(\frac{4}{3}\pi t - \frac{2}{3}\pi\right)$

解析　略

12. (3 分) 两种处于平衡状态的理想气体, 且它们的温度相等, 则它们 _B_

A. 内能一定相等　　B. 分子的平均平动动能一定相等

C. 分子的平均速率一定相等　　D. 分子的方均根速率一定相等

解析　略

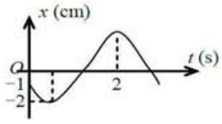


图 8 第十一题

13. (3 分) 一定质量的理想气体完成如图9所示一循环过程, 此过程在 $V-T$ 图中用图线 a → b → c → a 描写。该气体在循环过程中吸热、放热的情况是 <u>C</u>

A. 在 $a \to b, c \to a$ 过程吸热; 在 $b \to c$ 过程放热

B. 在 $b \to c$ 过程吸热; 在 $a \to b, c \to a$ 过程放热

C. 在 $a \to b$ 过程吸热; 在 $b \to c, c \to a$ 过程放热

D. 在 $b \to c, c \to a$ 过程吸热; 在 $a \to b$ 过程放热

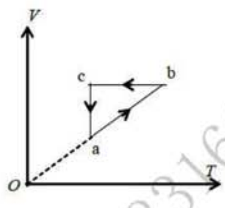


图 9 第十三题

解析 由题可以看出, $a \to b$ 是等压膨胀升温过程, $b \to c$ 是等容降温过程, $c \to a$ 是等温压缩过程。根据热力学第一定律

$$\Delta E = Q - W$$

$$Q = \Delta E + W$$

$a \to b$ 是等压膨胀升温过程, 膨胀, 气体对外做功, $W > 0$, 升温, 内能增加, $\Delta E > 0$, 所以 $Q > 0$, 气体从外界吸收热量。

$b \to c$ 是等容降温过程, 等容, 气体不做功, $W = 0$, 降温, 内能降低, $\Delta E < 0$, 所以 $Q < 0$, 气体释放热量到外界。

$c \to a$ 是等温压缩过程, 等温, 内能不变, $\Delta E = 0$, 压缩, 外界对气体做功, $W < 0$, 所以 $Q < 0$, 气体释放热量到外界。

14. (3 分) 有人设计了一台可逆的卡诺热机, 每循环一次可从 400 K 的高温热源吸热 1600 J, 向 300 K 的低温热源放热 600 J, 同时对外做净功 1000 J, 这样的设计 <u>C</u>

A. 符合热力学第一定律, 可行

B. 符合热力学第一、第二定律, 可行

C. 违背了卡诺定理, 不可行

D. 违背了热力学第二定律, 不可行

解析 工作在高温热源 T_1 和低温热源 T_2 之间的卡诺热机, 在一个循环过程中从高温热源处吸收了热量 Q_1, 释放了 Q_2 热量到低温热源处, 对外做了功 W, 该热机的

效率为

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

依题意, $Q_1 = 1800\ \mathrm{J}, Q_2 = 800\ \mathrm{J}, W = 1000\mathrm{J}, T_1 = 400\ \mathrm{K}, T_2 = 300\ \mathrm{K}$, 所以热机效率的理论值为

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300}{400} = \frac{1}{4}$$

而设计的热机效率为

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{1000}{1600} = \frac{5}{8} > \frac{1}{4}$$

$W = Q_1 - Q_2$, 不违反热力学第一定律, 但设计的效率超过理论值, 违反了卡诺定理所以是不可行的。

15. (3 分) 一定量的理想气体从某一平衡态 A 开始, 分别经历两个不同的过程到达平衡态 B 。下列说法正确的是 D

A. 只有在两个过程中吸收的热量相同时, 内能的改变才会相同

B. 只有在两个过程中吸热相同且做功也相同时, 内能的改变才会相同

C. 经历的过程不同, 内能的改变不可能相同

D. 内能的改变相同, 与两个不同的过程无关

解析 内能是态函数

二、计算题 (共 8 个小题)

1. 一质点沿半径为 $R = 0.8$ m 的圆周运动在 t 时间内通过弧长 $S = 6t - 0.3t^2$ (SI),

(1) 当总加速度数值 $a = 0.6\ \mathrm{m/s^2}$ 时, 经历的时间 $t = ?$

(2) 在 $0 \to t$ 内质点沿圆周绕过了若干圈?

(1) **解析**

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = 6 - 0.6t$$

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -0.6m/s^2$$

由题意可知, 没有法向加速度, 故

$$a_n = \frac{v^2}{R} = 0$$

得到

$$v = 6 - 0.6t = 0$$

故

$$t = 10s$$

(2) **解析**

转过了 $\dfrac{6t - 0.3t^2}{2 \times \pi \times 0.8} = \dfrac{6t - 0.3t^2}{1.6\pi}$ 圈

2. 如图10所示, 密度为 ρ_1 的液体, 上方挂着一长度为 l, 密度为 $\rho_2\left(\rho_2>\rho_1\right)$ 的均匀细长棒, 棒开始被悬挂在液体上方, 且最下端冈刚好与液面接触, 现剪断绳子使得棒在重力和浮力的作用下, 在液体中下沉, 求棒刚好全部沉入液体中时的速度。

解析 取液面为坐标原点 O, x 轴正向向下. 当棒下落浸人液体 x 长时有

$$G-F_n=ma$$

, 即

$$\begin{aligned}\rho_2 Slg-\rho_1 Sxg&=\rho_2 Sl\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\rho_2 Sl\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\\&=\rho_l Slv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}.\end{aligned}$$

其中, S 为棒的横截面积, $x=0$ 时 $v=0, x=l$ 时 v 为所求.
两边积分

$$\int_0^l\left(1-\frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{x}{l}\right)g\,\mathrm{d}x=\int_0^v v\,\mathrm{d}v,$$

得

$$v=\sqrt{\frac{\left(2\rho_2-\rho_1\right)gl}{\rho_2}}.$$

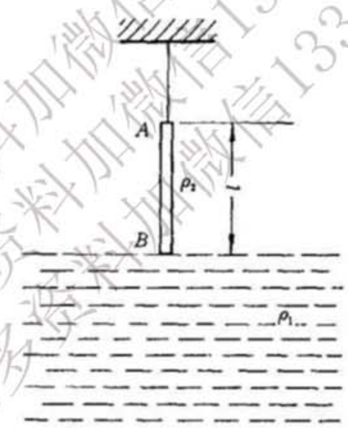


图 10 计算题 2

3. 一质量为 m 的子弹以初速度 v_0 水平击中一用细绳悬挂着的静止的物体, 该物体的质量为 M, 绳子的长度为 l, 击中后子弹与物体一起运动, 假设撞击时间极短。如果两者在坚直平面内能够完成一个完整的圆周运动。求速度 v_0 满足的条件。

解析 子弹击中物体前后, 由动量守恒定律:

$$mv_0=(M+m)v$$

解得一起运动的速度

$$v=\frac{mv_0}{M+m}$$

子弹与物体系统能在坚直平面内做完整的圆周运动, 在最高点满足:

$$F + mg = m\frac{v_1^2}{l}$$

且 $F \geqslant 0$

子弹与物体系统由最低点运动到最高点的过程, 由动能定理:

$$-(M+m)g \cdot 2l = \frac{1}{2}(M+m)v_1^2 - \frac{1}{2}(M+m)v^2$$

联立知,

$$v_0 \geqslant \frac{M+m}{m}\sqrt{5gl}$$

4. 半径为 2 m 的水平转台, 可绕通过转台中心且与转台平面垂直的固定转轴做无摩擦转动, 转台绕该轴的转动惯量为 $3000\ \mathrm{kg \cdot m^2}$。骑着独轮车的杂技演员站在该转台边缘, 演员与独轮车合计质量为 75 kg。开始时整个系统静止, 当演员骑着独轮车以相对于地面为 1 m/s 的速率沿转台边缘骑行. 求演员沿转台边缘行走一圈, 回到他在转台的初始位置所用的时间。

解析 由角动量守恒

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = 0$$

其中. $J_1 = 300\ \mathrm{kg \cdot m^2}$, $\omega_1 = v/r = 0.5\mathrm{rad/s}$, $J_2 = 3000\ \mathrm{kg \cdot m^2}$

$\therefore\ \omega_2 = -J_1\omega_1/J_2 = -0.05\mathrm{rad/s}$.

人相对于转台的角速度 $\omega_r = \omega_1 - \omega_2 = 0.55\mathrm{rad/s}$ $\therefore\ t = 2\pi/\omega_r = 11.4\ \mathrm{s}$

5. 一密封房间的体积为 $(5\times3\times3)\mathrm{m^3}$, 室温为 20°C.(已知空气的密度 $\rho = 1.29\ \mathrm{kg/m^3}$, 摩尔质量 $M = 29\times10^{-3}\ \mathrm{kg/mol}$, 且空气分子可认为是刚性双原子分子, 摩尔气体常数 $R = 8.31\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$.)

(1) 室内空气分子热运动的平均平动动能的总和是多少?

(2) 如果气体的温度升高 1.0 K, 而体积不变, 则气体的内能变化多少?

(3) 气体分子的方均根速率增加多少?

(1) **解析** 分子平均平动动能 $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{5}{2}kT$

设分子数为 N, 则有

$$N \cdot \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}NkT$$

而

$$k = \frac{Rm}{M}$$

所以 $N \cdot \frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{3}{2}RT \cdot N\frac{m}{M} = \frac{3}{2}RT\frac{m_0}{M}\ (m_0 = Nm)$

据题意 $m_0 = \rho V$,

所以 $N\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{3}{2}RT\frac{\rho V}{M} = 7.31\times10^6\ \mathrm{J}$

(2) **解析** 内能增量 $\Delta E = \frac{m_0}{M} \cdot \frac{i}{2} R\Delta T = \left(\frac{\rho V}{M}\right) \frac{i}{2} R\Delta T, i = 5$

可得 $\Delta E = 4.16 \times 10^4 J$

(3) **解析** 方均根速率 $\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

所以

$$\Delta\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\bar{v}_2^2} - \sqrt{\bar{v}_1^2} = \sqrt{\frac{3R}{M}}\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right)$$

$$= 0.856\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

6. 当氢气和氦气的压强、体积和温度都相等时，求它们的质量比 $\frac{m'\left(H_2\right)}{m'(He)}$ 和内能比 $\frac{E\left(H_2\right)}{E(He)}$. (将氢气视为刚性双原子分子气体)

解析 对理想气体有物态方程 $pV = \frac{m'}{M} RT$ 成立，

故气体质量 $m' = \frac{pVM}{RT}$，其中 M 为气体摩尔质量.

而对理想气体，其内能为温度的单值函数，即 $E = \frac{m'}{M}\frac{i}{2} RT = \frac{i}{2} pV$ （i 为自由度).

可见，当 p、V、T 相同时，质量比恰为摩尔质量之比，内能之比则为自由度之比.

由分析知

$$\frac{m\left(H_2\right)}{m(He)} = \frac{M\left(H_2\right)_{\mathrm{mol}}}{M(He)_{\mathrm{mel}}} = \frac{1}{2}, \quad \frac{E\left(H_2\right)}{E(He)} = \frac{i\left(H_2\right)}{i(He)} = \frac{5}{3}$$

7. 若某种理想气体分子的方均根速率为 $450\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, 且该气体的压强为 $7 \times 10^4\ \mathrm{Pa}$，求该气体的密度.

解析 $\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \Rightarrow \frac{RT}{M} = \frac{1}{3}\bar{v}^2$

$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{mRT}{PM}$

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} = \frac{3P}{\bar{v}^2} = \frac{3 \times 7 \times 10^4}{450^2} \approx 1.04\ \mathrm{kg/m^3}$

8. 已知在 0°C, 1 mol 的冰熔解为 1 mol 的水需要吸热 6000 J 。求:

(1) 在 0°C 时这些冰化为水的熵变;

(2) 在 0°C 时这些水的微观状态数与冰的微观状态数之比。

(1) **解析** 温度不变时，熵变为

$$\Delta S = \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T_0}\int dQ = \frac{6000}{273} = 22.0 J/K$$

(2) **解析** 根据玻尔兹曼熵公式

$$S_{\text{冰}} = k\ln \quad \Omega_{\text{冰}} S_{\text{水}} = k\ln\Omega_{\text{水}}$$

$$\Delta S = S_{\text{水}} - S_{\text{冰}} = k\ln\Omega_{\text{水}} - k\ln\Omega_{\text{冰}} = k\ln\frac{\Omega_{\text{水}}}{\Omega_{\text{冰}}}$$

根据 (1) 结果, 得

$$\frac{\Omega_{水}}{\Omega_{冰}} = e^{\frac{\Delta S}{k}} = e^{\frac{22.0}{1.38\times10^{-23}}} = e^{1.6\times10^{24}}$$