中山大学本科生期末考试参考答案

考试科目：《大学物理》（A 卷）

学年学期：**2017** 学年第 **2** 学期　　　　姓　　名：______________

学　院/系：　　　　　　　　　　　　　　　学　　号：______________

考试方式：闭卷/开卷　　　　　　　　　　　年级专业：______________

考试时长：120 分钟　　　　　　　　　　　　班　　别：______________

任课老师：

《中山大学授予学士学位工作细则》第八条："考试作弊者，不授予学士学位。"

----以下为试题区域，共 2 道大题，总分 100 分，考生请在答题纸上作答-------------

一、选择题（每题 2 分，共 30 分）

1. A
2.C
3.B
4.B
5.C
6.C
7.C
8.C
9.B
10.B
11.D
12.A
13.C
14.C
15.B

二、计算题（共计 8 道题，学生只选择 5 道题答题，写明题号；如果全部作答，只取前 5 道题批改、计分；本题共 70 分，每题 14 分）

1.（1）上升时：

$$-mg-kv^2=ma_x=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\qquad 4\text{ 分}$$

$$-\int_0^h \mathrm{d}x=\int_{v_0}^0\frac{v\mathrm{d}v}{g+\frac{k}{m}v^2}\quad\Rightarrow\quad h=\frac{m}{2k}\ln(1+\frac{kv_0^2}{mg})\qquad 4\text{ 分}$$

（2）返回时：

$$mg-kv^2=ma_x=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\qquad 4\text{ 分}$$

$$\int_0^h \frac{1}{m}dx = \int_0^{v'} \frac{v\mathrm{d}v}{mg-kv^2} \quad \Rightarrow \quad v' = \frac{v_0}{\sqrt{1+\dfrac{kv_0^2}{mg}}}$$ 2 分

2. 对物体受力分析，将力分解为圆周运动的切向和法向两个分量，

有： $F_n = m\dfrac{v^2}{R}$ 2 分

$F_t = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\mu F_n$ 2 分

两式联立可得：$-\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \mu\dfrac{v^2}{R}$ 2 分

分离变量，两边积分 $-\int_0^t dt = \dfrac{R}{\mu}\int_{v_0}^{v}\dfrac{dv}{v^2}$ 2 分

得： $v = \dfrac{Rv_0}{R+v_0\mu t}$ 3 分

速率变为 $0.2v_0$ 所需要的时间： $\dfrac{4R}{v_0\mu}$ 3 分

3. 对棒和滑块系统，在碰撞过程中，由于碰撞时间极短，所以棒所受的摩擦力矩远小于滑块的冲力矩。

故可认为合外力矩为零，因而系统的角动量守恒 2 分

即 $m_2v_1l = -m_2v_2l + \dfrac{1}{3}m_1l^2\omega$ 2 分

可以求得细棒开始转动的角速度 $\omega = \dfrac{3m_2(v_1+v_2)}{m_1l}$ 2 分

碰后棒在转动过程中所受的摩擦力矩为

$$M_f = \int_0^l -\mu g\frac{m_1}{l}x\cdot\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\mu m_1gl$$ 2 分

摩擦力矩所做的功为 $W_f = \int_0^\theta M_f\mathrm{d}\theta = -\dfrac{1}{2}\mu m_1gl\theta$ 2 分

刚体定轴转动的动能定理知 $W_f = 0 - \dfrac{1}{2}J\omega^2$ 2 分

可以解得细棒转过的角度 $\theta = \dfrac{3m_2^2(v_1+v_2)^2}{\mu m_1^2gl}$ 2 分

4.（1）单摆角频率及周期分别为

$\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}} = 2.21\mathrm{s}^{-1}$， $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2.84\mathrm{s}$ 4 分

由 $t=0$ 时 $\theta = \theta_{\max} = 4^\circ$

可得振动初相 $\varphi = 0$， 4 分

则以角量表示的简谐运动方程为

$$\theta=\frac{\pi}{45}\cos 2.21t$$ 2 分

（2）摆角为 3°时，有

$$\cos(\omega t+\varphi)=\theta/\theta_{\max}=0.75,$$ 1 分

则这时质点的角速度的大小为

$$|\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t|=|-\theta_{\max}\omega\sin(\omega t+\varphi)|=\theta_{\max}\omega\sqrt{1-\cos^2(\omega t+\varphi)}=0.102\mathrm{rad/s}$$ 2 分

线速度的大小为

$$v=l|\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t|=0.204\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$ 1 分

5.（1）根据气体分子速率分布图，可设

$$f(v)=\begin{cases}\mathrm{k}v & (0<v<v_0)\\ 0 & (v>v_0)\end{cases}$$

由速率分布函数的归一化条件 $\int_0^{\infty} f(v)\mathrm{d}v=1$，得

$$\int_0^{v_0}\mathrm{k}v\mathrm{d}v=\frac{1}{2}\mathrm{k}v_0^2=1\quad\Rightarrow\quad \mathrm{k}=\frac{2}{v_0^2}$$

所以：
$$f(v)=\begin{cases}\frac{2}{v_0^2}v & (0<v<v_0)\\ 0 & (v>v_0)\end{cases}$$

5 分

（2）平均速率：$\bar{v}=\int_0^{v_0}v f(v)\mathrm{d}v=\int_0^{v_0}v\frac{2}{v_0^2}v\mathrm{d}v=\frac{2v_0}{3}$

方均速率：$\overline{v^2}=\int_0^{v_0}v^2 f(v)\mathrm{d}v=\int_0^{v_0}v^2\frac{2}{v_0^2}v\mathrm{d}v=\frac{v_0^2}{2}$

方均根速率：$\sqrt{\overline{v^2}}=\frac{\sqrt{2}v_0}{2}$ 5 分

（3）$\Delta N_{0\sim\frac{v_0}{2}}=\int_0^{\frac{v_0}{2}}Nf(v)\mathrm{d}v=\int_0^{\frac{v_0}{2}}N\frac{2}{v_0^2}v\mathrm{d}v=\frac{N}{4}$ 2 分

（4）$\bar{v}_{0\sim\frac{v_0}{2}}=\frac{\int_0^{\frac{v_0}{2}}vNf(v)\mathrm{d}v}{\int_0^{\frac{v_0}{2}}Nf(v)\mathrm{d}v}=\frac{\int_0^{\frac{v_0}{2}}v\frac{2}{v_0^2}v\mathrm{d}v}{\int_0^{\frac{v_0}{2}}\frac{2}{v_0^2}v\mathrm{d}v}=\frac{v_0}{3}$ 2 分

6.（1）*ab* 过程的 *P-V* 关系式：

$$\frac{P-0.5}{1.5-0.5}=\frac{V-3}{1-3}\quad\Rightarrow\quad P=2-0.5V$$ 8 分

（2）理想气体状态方程：$PV=\nu RT$；

所以：$T=\frac{PV}{\nu\mathrm{R}}=\frac{(2-0.5V)V}{\nu\mathrm{R}}=\frac{2V-0.5V^2}{\nu\mathrm{R}}$ 4 分

令 $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}V}=\frac{2-V}{\nu\mathrm{R}}=0$

得 $V=2$ 或 $V=2.0\times10^{-3}\ \mathrm{m}^3$

在该平衡状态 $P=1.0\times10^5\ \mathrm{Pa}$

$$T=\frac{PV}{\nu R}=\frac{1.0\times10^5\times2.0\times10^{-3}}{0.1\times8.31}=240.7\ \mathrm{K}$$

根据 *ab* 过程曲线的形状和 *P-V* 图中等温线的分布特征，容易判定该极值温度为该过程的最高温度。　　2 分

7. 由绝热方程 $T_1V_2^{\gamma-1}=T_2V_3^{\gamma-1}$ 得　　4 分

$$\frac{V_3}{V_2}=\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \qquad ①$$

由卡诺循环效率 $\eta=1-\frac{T_2}{T_1}$ 得 $\frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{1-\eta}$　　4 分

因此
$$\frac{V_3}{V_2}=\left(\frac{1}{1-\eta}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \qquad ②$$

单原子理想气体 $\gamma=\frac{i+2}{2}=\frac{5}{3}$　　3 分

已知 $\eta=0.2$，将 γ 、η 值代入②式得

$$\frac{V_3}{V_2}\approx1.4$$　　3 分

8. $T_a=T_b$，$T_c=\frac{V_2}{V_1}T_b=\frac{V_2}{V_1}T_a$　　3 分

$a\to b$ 为吸热过程：$Q_{ab}=RT_a\ln\frac{V_1}{V_2}$　　3 分

$c\to a$ 为吸热过程：$Q_{ca}=C_V(T_a-T_c)=\frac{3}{2}RT_a\left(1-\frac{V_2}{V_1}\right)$　　4 分

$b\to c$ 为放热过程：$Q_{bc}=C_p(T_c-T_b)=\frac{5}{2}RT_a\left(\frac{V_2}{V_1}-1\right)$　　2 分

所以循环的效率：$\eta=1-\frac{|Q_{放}|}{Q_{吸}}=1-\frac{5\left(1-\frac{V_2}{V_1}\right)}{2\ln\frac{V_1}{V_2}+3\left(1-\frac{V_2}{V_1}\right)}$　　2 分